$\boxed{\text{第1問}}$

〔1〕 $2x^2+(4c-3)x+2c^2-c-11=0 \cdots\cdots ①$

(1) $c=1$ のとき，

$$\begin{array}{cccc} 1 & & -2 \to & -4 \\ 2 & \times & 5 \to & 5 \\ \hline & & & 1 \end{array}$$

(①の左辺) $=2x^2+x-10=(x-2)(2x+5)$

$$=(\underset{\boxed{ア}}{2}x+\underset{\boxed{イ}}{5})(x-\underset{\boxed{ウ}}{2})$$

このとき，①の解は $x=-\dfrac{5}{2},\ 2$ である．

(2) $c=2$ のとき，

① $\Leftrightarrow 2x^2+5x-5=0$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot2\cdot(-5)}}{2\cdot2}=\underline{\frac{-5\pm\sqrt{65}}{4}}\qquad \frac{-\boxed{エ}\pm\sqrt{\boxed{オカ}}}{\boxed{キ}}$$

$\alpha=\dfrac{-5+\sqrt{65}}{4}$ とすると

$$\frac{5}{\alpha}=\frac{5\cdot4}{-5+\sqrt{65}}=\frac{20(-5-\sqrt{65})}{(-5+\sqrt{65})(-5-\sqrt{65})}$$

$$=\frac{-20(5+\sqrt{65})}{25-65}=\frac{-20(5+\sqrt{65})}{-40}$$

$$=\underline{\frac{5+\sqrt{65}}{2}}\qquad \frac{\boxed{ク}+\sqrt{\boxed{ケコ}}}{\boxed{サ}}$$

また，$64<65<81$ より $8<\sqrt{65}<9$

$\Leftrightarrow 13<5+\sqrt{65}<14 \Leftrightarrow \dfrac{13}{2}<\dfrac{5+\sqrt{65}}{2}<7$

よって，$6<\dfrac{5+\sqrt{65}}{2}<7$

従って，$m=\underline{6}$ $\boxed{シ}$

(3) ①の解は $x=\dfrac{-(4c-3)\pm\sqrt{(4c-3)^2-4\cdot2\cdot(2c^2-c-11)}}{2\cdot2}$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-(4c-3)\pm\sqrt{-16c+97}}{4}$

これが有理数のとき少なくとも $-16c+97>0$

よって，$c<\dfrac{97}{16}=6\dfrac{1}{16}$

cは正の整数だから $c=1,2,3,4,5,6$

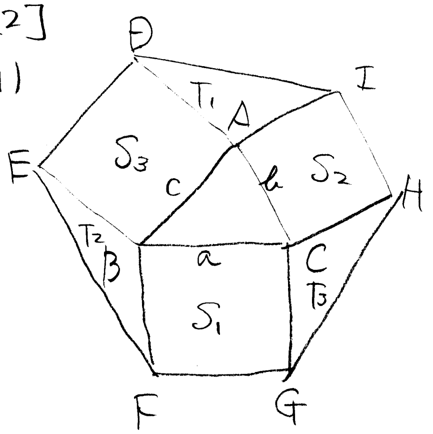
この中で $-16c+97$ が $(\text{自然数})^2$ となるのは

c	1	2	3	4	5	6
$-16c+97$	$81 = 9^2$	65	$49 = 7^2$	33	17	$1 = 1^2$

表より $c=1,3,6$ のときだから答えは $\underline{3個}$ $\boxed{ス}$

[2]

(1)



$0°<A<180°$ だから $\sin A>0$

よって，

$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}$

$=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\sqrt{\frac{16}{25}}=\underline{\frac{4}{5}}$ $\dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\cdot6\cdot5\cdot\frac{4}{5}$

$=\underline{12}$ $\boxed{タチ}$

$\angle DAI=360°-90°\times2-A=180°-A$ で

$\sin(180°-A)=\sin A$ だから

$\triangle AID=\frac{1}{2}\cdot AI\cdot AD\cdot\sin(180°-A)=\frac{1}{2}bc\sin A=\underline{12}$ $\boxed{ツテ}$

(2) $S_1-S_2-S_3=a^2-b^2-c^2$ …… ②

$\triangle ABC$ で余弦定理を用いて

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

これを②に代入して

③ $= (b^2+c^2-2bc\cos A)-b^2-c^2 = -2bc\cos A$

$0^\circ < A < 90^\circ$ のとき $\cos A > 0$，また，$b>0$，$c>0$ より

② < 0 。よって，$\boxed{\text{ト}}$ は ②

$A = 90^\circ$ のとき $\cos A = 0$．よって，$\boxed{\text{ナ}}$ は ⓪

$90^\circ < A < 180^\circ$ のとき $\cos A < 0$．よって $\boxed{\text{ニ}}$ は ①

(3) $T_1 = \frac{1}{2}bc\sin A$，$T_2 = \frac{1}{2}ca\sin B$，$T_3 = \frac{1}{2}ab\sin C$

△ABCの外接円の半径をRとすると，

正弦定理より

$\sin A = \frac{a}{2R}$，$\sin B = \frac{b}{2R}$，$\sin C = \frac{c}{2R}$

よって，

$T_1 = \frac{1}{2}bc\frac{a}{2R} = \frac{abc}{4R}$，

同様に

$T_2 = \frac{abc}{4R}$，$T_3 = \frac{abc}{4R}$

従って，$\boxed{\text{ヌ}}$ は ③

(4) $0^\circ < A < 90^\circ$ のとき，$\cos A > 0$．余弦定理より

$a^2 = b^2+c^2-2bc\cos A$，

$ID^2 = b^2+c^2-2bc\cos(180^\circ-A)$

$= b^2+c^2+2bc\cos A$

※ $\cos(180^\circ-A) = \cos A$

よって，$ID^2 > a^2 \Leftrightarrow ID > BC$　$\boxed{\text{ネ}}$ ②

△AIDの外接円の半径をR_1とすると，正弦定理より

$\frac{ID}{\sin(180^\circ-A)} = 2R_1 \Leftrightarrow R_1 = \frac{ID}{2\sin A}$

△ABCの外接円の半径Rは　$R = \frac{BC}{2\sin A}$

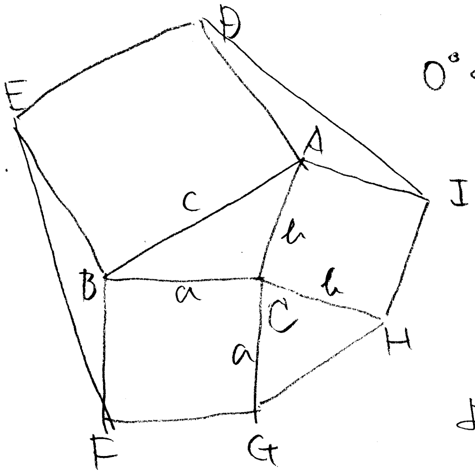
よって，$R_1 > R$．$\boxed{\text{ノ}}$ は ②

△BEF, △CGHの外接円の半径をそれぞれ
R_2, R_3とする.

$0° < A < B < C < 90°$のとき, 上のR, R_1の大小比較
と同様にして

$R_2 > R$, $R_3 > R$ ($, R_1 > R$) $\Leftrightarrow$ Rが最小

を示すことができる。よって, 外接円の半径が
最も小さい三角形は△ABCである. $\boxed{ハ}$ ⓪



$0° < A < B < 90°$より $R_1 > R, R_2 > R$ …ア

$90° < C$より $\cos C < 0$ よって.

※$AB > GH \Leftrightarrow \dfrac{AB}{2\sin C} > \dfrac{GH}{2\sin C}$

$\Leftrightarrow R > R_3$ ….イ

よって, アイより $\boxed{ヒ}$は ③

※ $AB > GH$について
余弦定理により

$AB^2 = a^2 + b^2 \underbrace{- 2ab\cos C}_{+}$,

$GH^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(180° - C)$
$= a^2 + b^2 \underbrace{+ 2ab\cos C}_{-}$

よって. $AB^2 > GH^2 \Leftrightarrow AB > GH$

第2問

[1] (1) 1歩あたりxm, 1秒あたりz歩進むので,

1秒間にxz(m)進むことになる. $\boxed{フ}$はxz (m/秒) ②

※ 単位で考えてもよい. ストライド(m/歩), ピッチ(歩/秒)

だから, $\dfrac{m}{\cancel{歩}} \times \dfrac{\cancel{歩}}{秒} = \dfrac{m}{秒}$ なので xz (m/秒)になる。

よって，タイム $= \dfrac{道のり}{速さ} = \dfrac{100}{xz}$

(2) $\boxed{イウ}$ =(変化の割合) $= \dfrac{-0.1}{0.05} = \underline{-2}$

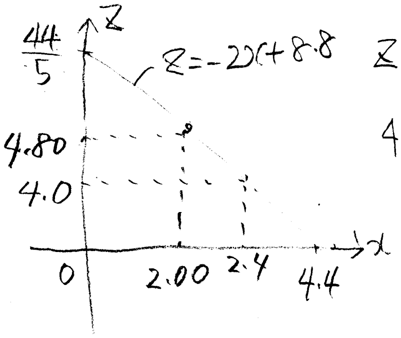
$z = -2(x-2.05)+4.70$

$= -2x+4.10+4.70$

$= -2x+8.80$

$= -2x+\dfrac{88}{10}$

$= -2x+\underline{\dfrac{44}{5}}$ $\boxed{エオ}$ $\underline{44}$



$z = 4.80$ を代入すると

$4.80 = -2x+8.8$

$2x = 4$

$x = 2.$

$x = 2.40$ のとき $z = -2 \cdot 2.40 + 8.80 = 4.0$

よって，$\underline{2.00} \leqq x \leqq 2.40$

$\boxed{カ}.\boxed{キク}$

$y = xz$ とおく。これに $z = -2x+8.8$ を代入すると

$y = x(-2x+8.8) = -2x^2+8.8x$

$= -2(x^2-4.4x) = -2\{(x-2.2)^2-2.2^2\}$

$= -2(x-2.2)^2+2 \cdot 4.84$

$= -2(x-2.2)^2+9.68$

$2.00 \leqq x \leqq 2.40$ のとき y が最大になるのは

$x = \underline{2.20}$ のときである。

$\boxed{ケ}.\boxed{コサ}$

このときピッチは②より

$$z = -2 \cdot 2.20 + 8.80$$
$$= -4.40 + 8.80$$
$$= 4.40$$

$\boxed{シ}.\boxed{スセ}$

このとき①よりタイムは

$$\frac{100}{9.68} \fallingdotseq 10.33$$

$\boxed{ソ}$ ③

$$\begin{array}{r} 10.33 \\ 9.68 \overline{)10000} \\ 968 \\ \hline 3200 \\ 2904 \\ \hline 2960 \\ 2904 \\ \hline 56 \end{array}$$

である。

［2］(1)

⓪…正しい.

①…誤り. 例えば, 1990年度は右側の方がひげが長い.

②…正しい.

③…誤り. 1985年度から1990年度は増加している.

④…正しい.

⑤…正しい.

よって, 答えは ①, ③ $\boxed{タ}$, $\boxed{チ}$

(2) 1985年度, 最小は45%, 最大は69%
だから ① $\boxed{ツ}$

1995年度, 最小は 51%, 最大は 73%,
中央値(24番目)が58%だから ④ $\boxed{テ}$

(3)

(I) 2015年度の方が散らばり具合が大きい
「相関は強くなった」とはいえない.

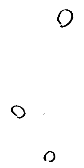
(II) 2015年度の方がまとまっている(負の相関が見える)。よって,相関は強くなっている.

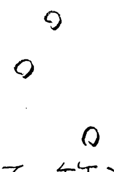
(III) 2015年度の方が散らばり具合が大きい.
よって,「相関は強くなった」とはいえない.

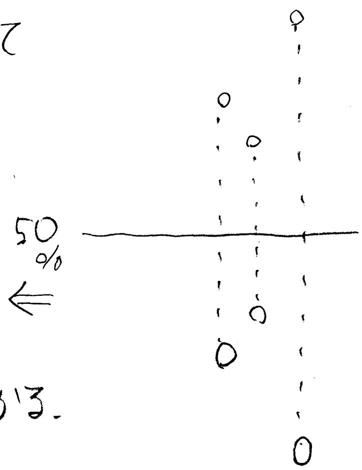
よって,答えは (I)誤 (II)正 (III)誤なので

5 $\boxed{\text{ト}}$

(4) 48ページの散布図を.男性の就業数割合50%の横線に関して折り返すと女性の就業者数割合の散布図となる。(目盛りは適当に変える).

元の散布図の右端は  となっているが,これを折り返すと





となる.よって,答えは 2 $\boxed{\text{ナ}}$ とわかる.

第3問

(1) (i) 何回目に当たったかを考えて

箱Aでは ○××,×○×,××○ (○は当たり,×ははずれ)

$$\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}=\frac{3}{8}\ \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

箱Bでは

○×× ×○× ××○

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{12}{27}=\frac{4}{9}\quad\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$$

(ii)
$$P_W(A)=\frac{P(W\cap A)}{P(W)}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{8}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{9}}$$

$$=\frac{3}{2\cdot 8}\times\frac{1}{\frac{27+32}{2\cdot 8\cdot 9}}=\frac{3}{\cancel{2\cdot 8}}\times\frac{\cancel{2\cdot 8}\cdot 9}{59}$$

$$=\frac{27}{59}\quad\frac{\boxed{オカ}}{\boxed{キク}}$$

$$P_W(B)=\frac{P(W\cap B)}{P(W)}=1-P_W(A)=\frac{32}{59}\quad\frac{\boxed{ケコ}}{\boxed{サシ}}$$

(2) $P_W(A):P_W(B)=27:32$,

①の確率：②の確率 $=\frac{3}{8}:\frac{4}{9}$

$=27:32$

よって，$\boxed{ス}$ は ③

(3) 3回中ちょうど1回当たる事象をX，
選んだ箱がAである事象をY
とする．

$$P(X)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 3+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot 3+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot 3$$

$$=\frac{1}{8}+\frac{4}{27}+\frac{9}{64}$$

$$P(X\cap Y)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 3=\frac{1}{8}$$

よって，答えは

$$P_X(Y)=\frac{P(X\cap Y)}{P(X)}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{8}+\frac{4}{27}+\frac{9}{64}}$$

$$=\frac{1}{\cancel{8}}\cdot\frac{\cancel{8^2}\cdot 27}{8\cdot 27+4\cdot 8^2+9\cdot 27}$$

$$=\frac{216}{715}\qquad\frac{\boxed{セソタ}}{\boxed{チツテ}}$$

(4) A, B, C, D を選んだ確率の比はこの順で

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 3:\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot 3:\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot 3:\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot 3$$

$$=\frac{1}{8}:\frac{4}{9}:\frac{27}{64}:\frac{48}{125},$$

$\frac{1}{8}=0.125$, $\frac{4}{9}=0.\dot{4}\cdots$, $\frac{27}{64}=0.421\cdots$,

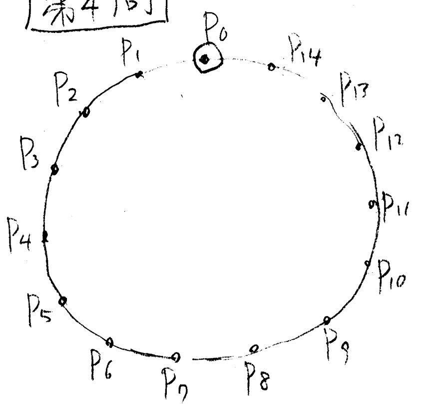
$\frac{48}{125}=0.384$

であるから、可能性が高い方から順に並べると

B, C, D, A

よって、$\boxed{ト}$ は ⑧

$\boxed{第4問}$



(1) $\begin{cases}5x-3y=1\\ x+y=5\end{cases}$

を連立させて解くと

$x=2,\ y=3$

よって、

$\boxed{ア}$ 2, $\boxed{イ}$ 3

(2) $5x-3y=8\cdots$ ①

$x=1,\ y=-1$ は ① をみたす。

よって、

$5\cdot 1-3(-1)=8 \cdots ②$

①−②より

$5(x-1)-3(y+1)=0 \cdots ③$

5と3は互いに素だから

$x-1=3k'$（k'は整数）と表わされる。

よって，$x=3k'+1$

これを③に代入して

$5\cdot 3k'-3(y+1)=0 \Leftrightarrow y=5k'-1$

$5x-3y=1$より

$5\cdot 2-3\cdot 3=1$

これに8をかけて

$5\cdot(2\times 8)-3\cdot(3\times 8)=8 \cdots Ⓐ$

①−Ⓐより

$5(x-2\times 8)-3(y-3\times 8)=0$

以下，$x=3k+2\times 8$，

$y=5k+3\times 8$

とする方が分かりやすい？

よって，

$x=3k'+1,\ y=5k'-1$　　← この$3k'+\underline{1}$の1を$2\times 8=16$に変えるためにk'に$k+5$を代入する。

ここで，$k'=k+5$を代入して

$x=3(k+5)+1,\ y=5(k+5)-1$

$\Leftrightarrow x=3k+16,\ y=5k+24$

$\Leftrightarrow x=2\times 8+\underbrace{3k}_{\boxed{ウ}},\ y=3\times 8+\underbrace{5k}_{\boxed{エ}}$

$0\leqq y<5$をみたすものは，$k=-4$のとき

$y=\underline{4} \to \boxed{カ}$

$x=16-12=\underline{4} \to \boxed{オ}$

よってさいころを$4+4=\underline{8}$回 $\boxed{キ}$ 投げて，

偶数の目が4回，奇数の目が4回出

ればよい。

(3) 偶数の目が$\underline{1}$回，奇数の目が$\underline{4}$回 $\boxed{ク}$，$\boxed{ケ}$

出れば，さいころを投げる回数は$\underline{5}$回 $\boxed{コ}$

で，題意のとおりになる。

（P_8をP_{-7}と見て，$5x-3y=-7$を解く。

$(x,y)=(1,4)$は解の1つ）

(4) (3)と同様に考えて，

P_{10}： $5\cdot2=10$ より 最小回数は2回

P_{11}： $5x-3y=11$ のとき $(x,y)=(4,3)$

$5x-3y=-4$ のとき $(x,y)=(1,3)$

よって，4回

P_{12}： $5x-3y=12$ のとき $(x,y)=(3,1)$

$5x-3y=-3$ のとき $(x,y)=(0,1)$

1回

P_{13}： $5x-3y=13$ のとき $(x,y)=(5,4)$ の9回が最小

$5x-3y=-2$ のとき $(x,y)=(2,4)$ の6回が最小

よって 6回

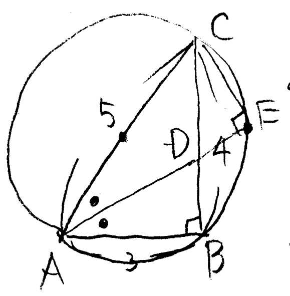
P_{14}： $5x-3y=14$ のとき $(x,y)=(4,2)$ の6回が最小

$5x-3y=-1$ のとき $(x,y)=(1,2)$ の3回が最小

よって，3回

以上から，$\boxed{サ}$ は ③ P_{13}，$\boxed{シ}$ は 6回 である。

$\boxed{第5問}$



$BD:DC=AB:AC=3:5$

よって，

$$BD=\frac{3}{3+5}\times4=\frac{3}{2}\quad\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$$

三平方の定理から
（△ABCは∠B=90°の直角三角形）

$$AD=\sqrt{3^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{9+\frac{9}{4}}=\frac{3\sqrt{5}}{2}\quad\frac{\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}$$

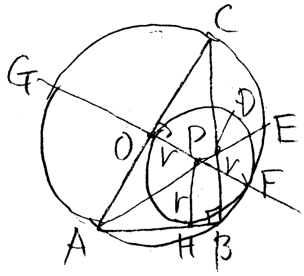
方べきの定理より

$$AD\cdot DE=BD\cdot DC\iff\frac{3\sqrt{5}}{2}\cdot DE=\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2}$$

$$\iff DE=\frac{3\cdot5}{\cancel{2}\cdot2}\cdot\frac{\cancel{2}}{3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

よって，$AE = AD + DE = \frac{3\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$

$= \underline{2\sqrt{5}}$　$\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}}$



外接円Oの中心はACの中点である．
また，3点O，P，Fは一直線上にある．
かつ$AC \perp FG$である．
$\triangle PAB$で，$AP\sin\angle DAB = r$

ここで，$\sin\angle DAB = \frac{DB}{AD} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3\sqrt{5}}{2}} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3\sqrt{5}}$

$= \frac{1}{\sqrt{5}}$

よって，$AP \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = r \iff AP = \underline{\sqrt{5}\,r}$　$\boxed{ク}$

$PG = \underbrace{FG}_{\text{円Oの直径}(=AC=5)} - \overset{r}{FP} = \underline{5-r}$　$\boxed{ケ}$

方べきの定理より

$AP \cdot PE = FP \cdot PG$　$(\leftarrow PE = AE - AP = 2\sqrt{5} - \sqrt{5}r)$

$\sqrt{5}r \cdot (2\sqrt{5} - \sqrt{5}r) = r \cdot (5-r)$

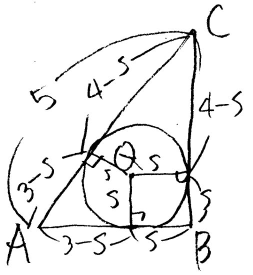
$\iff 10r - 5r^2 = 5r - r^2$

$\iff 4r^2 - 5r = 0$

$\iff r(4r-5) = 0$

$\iff r = 0, \frac{5}{4}$

$r > 0$ より $r = \underline{\frac{5}{4}}$　$\frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$



内接円Qの半径をsとすると、

図より

$$(3-s)+(4-s)=5$$

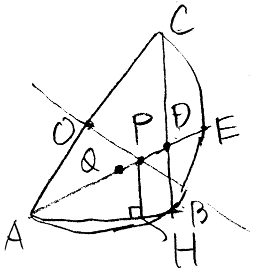
$$7-2s=5$$

$$-2s=-2$$

$$s=\underline{1}_{\,//}\ \boxed{シ}$$

三平方の定理から

$$AQ=\sqrt{2^2+1^2}=\underline{\sqrt{5}}_{\,//}\ \boxed{ス}$$



$\triangle APO \equiv \triangle APH$ より

(直角三角形で斜辺と他の一辺相等)

$$AH=AO=\underline{\frac{5}{2}}_{\,//}\ \frac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}$$

$AH=AO=\frac{5}{2}$

$AB=3$

$AQ=\sqrt{5}$

$AD=\frac{3\sqrt{5}}{2}$

$AE=2\sqrt{5}$

(a) $AH\cdot AB=\frac{5}{2}\cdot 3=\frac{15}{2}$

$AQ\cdot AD=\sqrt{5}\cdot\frac{3\sqrt{5}}{2}=\frac{15}{2}$

方べきの定理が成り立つから、(a)は正しい。

(b) $AH\cdot AB=\frac{15}{2}$

$AQ\cdot AE=\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{5}=10$

方べきの定理が成り立たないので(b)は誤り。

よって、$\boxed{タ}$ は $\underline{①}_{\,//}$

※角が見えないので方べきの定理が成り立つかどうかで判断しよう。

(以上)