間違いやタイプミスが満載だと思います。参考程度に利用してください。

令和 6 年度京都府公立高等学校入学者選抜
中期選抜学力検査

共通学力検査　数学

$\boxed{1}$

(1)　$6-2\times(-5^2)$

$=6-2\times(-25)$

$=6+50$

$=\mathbf{56}$

(2)　$\dfrac{2}{3}(6x+3y)-\dfrac{1}{4}(8x-2y)$

［ここでは分配しましょう］

$=\dfrac{2}{3}\times 6x+\dfrac{2}{3}\times 3y-\dfrac{1}{4}\times 8x+\dfrac{1}{4}\times 2y$

$=4x+2y-2x+\dfrac{1}{2}y$

$=4x-2x+2y+\dfrac{1}{2}y$

$=(4-2)x+(2+\dfrac{1}{2})y$

$=2x+(\dfrac{4}{2}+\dfrac{1}{2})y$

$=\mathbf{2x+\dfrac{5}{2}y}$

✎注　$\mathbf{\dfrac{4x+5y}{2}}$ と答えてもよい。

(3)　$\sqrt{32}-\dfrac{16}{\sqrt{2}}+\sqrt{18}$

$=4\sqrt{2}-\dfrac{16\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}+3\sqrt{2}$

$=4\sqrt{2}-\dfrac{16\sqrt{2}}{2}+3\sqrt{2}$

$=4\sqrt{2}-8\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

$=(4-8+3)\sqrt{2}$

$=\mathbf{-\sqrt{2}}$

(4)［ふつう，代入する式を展開して簡単にするのですが，ここでは $x-y$ をひとまとめにして因数分解します］

$x=7,\ y=-6$ であるから

$$x-y=7-(-6)=7+6=13$$

よって

$$(x-y)^2-10(x-y)+25$$
$$=\{(x-y)-5\}^2$$
$$=(13-5)^2=8^2=\mathbf{64}$$

✎注　$x-y=X$ とおいてもよい。

$$(x-y)^2-10(x-y)+25$$
$$=X^2-10X+25$$
$$=(X-5)^2$$
$$=(x-y-5)^2$$
$$=\{7-(-6)-5\}^2$$
$$=(7+6-5)^2$$
$$=(13-5)^2=8^2=\mathbf{64}$$

(5)［左辺 ＝ 0 に整理して，因数分解（ここでは x でくくる）しよう］

$$8x^2=22x$$
$$8x^2-22x=0$$

両辺を 2 で割って

$$4x^2-11x=0$$
$$x(4x-11)=0$$

よって　$x=0,\ 4x-11=0$

第 2 式から

$$4x=11\quad\text{つまり}\quad x=\frac{11}{4}$$

ゆえに　$\mathbf{x=0,\ \dfrac{11}{4}}$

(6)［y が x の 2 乗に比例するとき，$y=ax^2$（a は比例定数）と表せます］

y は x の 2 乗に比例するから

$y=ax^2$（a は比例定数）…… ①

と表すことができる。

$x=3$ のとき $y=-54$ であるから，① に代入して

$$-54=a\times 3^2$$
$$-54=a\times 9$$
$$9a=-54$$
$$a=-6$$

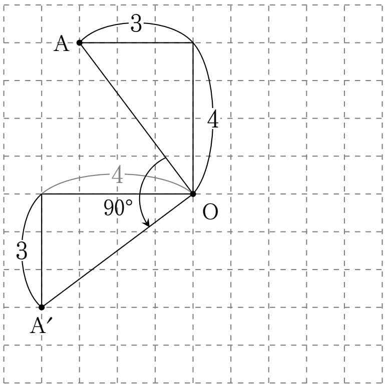
よって，答えは　$\mathbf{y=-6x^2}$

(6)［それぞれの点を右周りに 270° または左回りに 90° 回転させよう］

［わかりやすくするため，1 点ずつ回転させる］

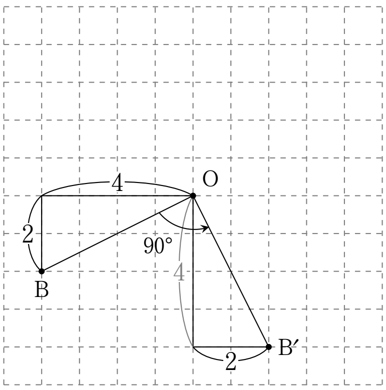
時計回りに 270° だけ回転移動させることは，反時計回りに 90° 回転させることと同じである。したがって，以下，反時計回りに 90° 回転させる。

点 A（点 O から上に 4，左に 3）を左回りに 90° 回転させた点を A′ とする。A′ は点 O から左に 4，下に 3 だから次のようになる。

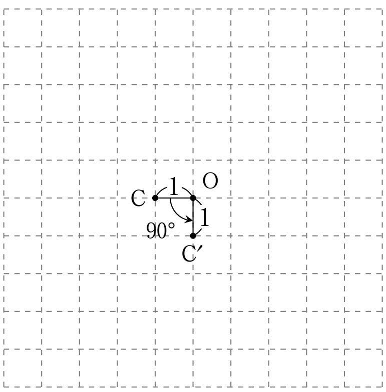


B，C についても同じ様に回転移動させる。

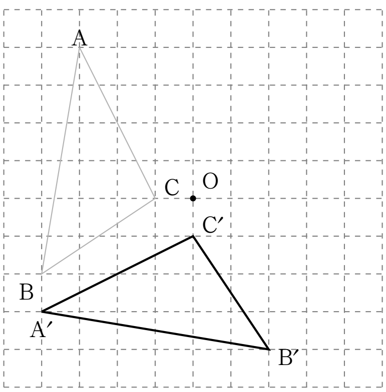
B，C を左回りに 90° 回転させた点をそれぞれ B′，C′ とする。
点 B は点 O から左に 4，下に 2 に進んだ点だから，次のようになる。



点 C は点 O から左に 1 進んだ点だから，次のようになる。



したがって，移動させた図形は次の △A′B′C′ である。



➾注　目盛りをしっかり数えよう。。

(7)［慎重に数え上げよう］
2 つの赤玉を「あ$_1$」，「あ$_2$」，2 つの白玉を「し$_1$」，「し$_2$」，黒玉を「く」とする。以下「」は省略する。
取り出した順に（あ$_1$，あ$_2$）のように書くと，すべての取り出し方は次のように 20 通りある。これら 20 通りの取り出し方は同様に確からしい。
（あ$_1$，　あ$_2$），（あ$_1$，　し$_1$），（あ$_1$，　し$_2$），（あ$_1$，　く），
（あ$_2$，　あ$_1$），（あ$_2$，　し$_1$），（あ$_2$，　し$_2$），（あ$_2$，　く），
（し$_1$，　あ$_1$），（し$_1$，　あ$_2$），（し$_1$，　し$_2$），（し$_1$，　く），
（し$_2$，　あ$_1$），（し$_2$，　あ$_2$），（し$_2$，　し$_1$），（し$_2$，　く），
（く，　あ$_1$），（く，　あ$_2$），（く，　し$_1$），（く，　し$_2$）
この中で，2 個の玉の色が同じになるのは
（あ$_1$，　あ$_2$），（あ$_2$，　あ$_1$），（し$_1$，　し$_2$），（し$_2$，　し$_1$）
の 4 通り。
したがって，2 個の玉が異なるのは 20 − 4 = 16 通り。
したがって，答えは　$\dfrac{16}{20} = \boldsymbol{\dfrac{4}{5}}$

$\boxed{2}$

(1)

30 分以上 40 分未満の生徒は 8 人，
40 分以上 50 分未満の生徒は 8 人，
50 分以上 60 分未満の生徒は 9 人，
60 分以上 70 分未満の生徒は 8 人，
70 分以上 80 分未満の生徒は 9 人，
80 分以上 90 分未満の生徒は 10 人

いるから，答えは
$8 + 8 + 9 + 8 + 9 + 10 = 16 + 17 + 19 = \mathbf{52}$ 人

［ヒストグラム，箱ひげ図の見比べは，最大値・最小値，各四分位数，四分位範囲などに注意する］
最大値は 110 分以上 120 分未満だから，（ア）か（イ）である。（ア）と（イ）の違いは，第 3 四分位数である。全員で 120 人であるから，上位から数えて 30 番目と 31 番目の平均が第 3 四分位数である。ヒストグラムで 30 番目と 31 番目は 90 分以上 100 分未満に含まれる。
したがって答えは **（ア）** である。

(2)［箱ひげ図からは正確な人数はわからないが，人数によっては各四分位数に相当する生徒がいる場合がある。選択肢を 1 つずつ見ていくしかない］
以下，数値はおおよその値であることに注意されたい。
（ア）中央値 68 点は 15 番目と 16 番目の平均値だから，60 分以上 70 分未満の人数が 0 でも，15 番目が 59 分，16 番目が 77 分とすると中央値は $\dfrac{59 + 77}{2} = 68$ 点になる。したがって，正しくない。

（イ）第 3 四分位数 88 分は上位から上位 8 番目だから，80 分以上の生徒は 8 人以上いる。したがって，**正しい**。

（ウ）確かに最大値は 115 分であるが，人数は不明であるから正しくない。

（エ）D 組は 0 分以上 40 分未満の生徒の人数は 7 人以下，他の組は第 1 四分位数（← 下位から 8 番目）が 30 以下であるから，該当する生徒は 8 人以上いる。したがって，正しくない。

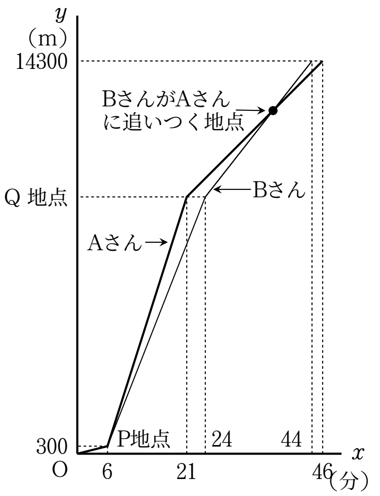
（オ）四分位範囲（第 3 四分位数 − 第 1 四分位数）は，A 組が 100 − 22 = 78 分，C 組が 86 − 12 = 74 分であり，他の組はそれらより小さい。また，データの範囲（= 最大値 − 最小値）は

A 組　103 − 8 = 95
B 組　112 − 11 = 101
C 組　115 − 8 = 107
B 組　107 − 3 = 104

したがって，A 組が最も小さいから，（オ）は**正しい**。
以上から，答えは　**（イ），（オ）**

$\boxed{3}$

問題文の情報を考慮してグラフを描くと次のようになる。



(1) A さんは分速 600m で 21 − 6 = 15 分 走ったので，P 地点から Q 地点までの道のりは

$$600 \times 15 = \mathbf{9000m}$$

スタート地点から Q 地点までは 300 + 9000 = 9300m，ゴール地点までは 14300m である。

$21 \leqq x \leqq 46$ のとき，A さんの速さは一定だから，グラフは直線になる。直線の方程式を $y = ax + b$ とおく。

$x = 21$ のとき $y = 9300$，$x = 46$ のとき $y = 14300$ であるから，

$$\begin{cases} 9300 = 21a + b \cdots\cdots ① \\ 14300 = 46a + b \cdots\cdots ② \end{cases}$$

① − ② より

$$-5000 = -25a$$
$$25a = 5000$$
$$a = 200$$

$a = 200$ を ① に代入して

$$9300 = 21 \times 200 + b$$
$$9300 = 4200 + b$$
$$4200 + b = 9300$$
$$b = 5100$$

したがって　$\boldsymbol{y = 200x + 5100}$

(2) B さんについても，スタートしてから x 分後の，B さんがスタート地点から進んだ道のりを y として，$24 \leqq x \leqq 46$ のときの y を x で表そう。

B さんが PQ 間にかかった時間は

$$9000 \div 500 = 18 \text{ 分}$$

したがって B さんは，スタートしてから 6+18 = 24 分後 に地点 Q に到達した。

また，地点 Q からゴール地点までの A さんの速さは B さんの速さの $\dfrac{4}{5}$ 倍であることと，そのときの A さんの速さが分速

$$\frac{14300 - 9300}{46 - 21} = \frac{5000}{25} = 200\text{m}$$

であることから，B さんの速さは毎分

$$200 \times \frac{5}{4} = 250\text{m}$$

であることがわかる。

したがって，B さんについて $y = 250x + c$ とおくと，$x = 24$ のとき $y = 9300$ だから

$$9300 = 250 \times 24 + c$$
$$9300 = 6000 + c$$
$$6000 + c = 9300$$
$$c = 3300$$

したがって　$y = 250x + 3300$

$24 \leqq x \leqq 46$ のとき，A さんは B さんに追いつかれるから，そのときの x は次の連立方程式の解である。

$$\begin{cases} y = 200x + 5100 \cdots\cdots ③ \\ y = 250x + 3300 \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③ を ④ に代入して

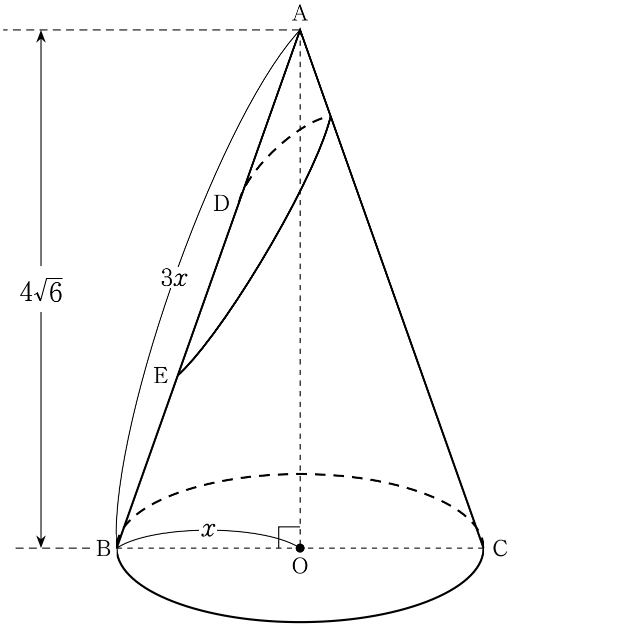
$$200x + 5100 = 250x + 3300$$
$$200x - 250x = 3300 - 5100$$
$$-50x = -1800$$
$$x = 36$$

よって，A さんが B さんに追いつかれたときの，スタート地点から進んだ道のりは，③ に $x=36$ を代入して

$y=200\times36+5100=7200+5100=\mathbf{12300}$m

である。

$\boxed{4}$



底面の円の中心を O とする。条件

$$AB:BC=3:2$$

より，

$$AB:BO=3:1 \cdots\cdots ①$$

よって，底面の半径を x とすると，① から $AB=3x$

また，$AO=4\sqrt{6}$ であるから，$\triangle OAB$ で三平方の定理を用いると

$$\begin{aligned}AO^2+BO^2&=AB^2\\(4\sqrt{6})^2+x^2&=(3x)^2\\16\times6+x^2&=9x^2\\96+x^2&=9x^2\\-8x^2&=-96\\x^2&=12\end{aligned}$$

$x>0$ であるから

$$x=2\sqrt{3}$$

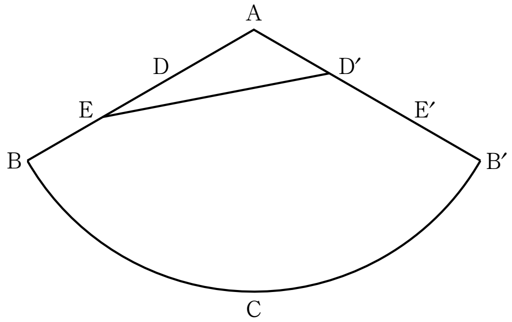
ゆえに，底面の半径は　$\mathbf{2\sqrt{3}\ cm}$

また，

$$AE=\frac{2}{3}AB=\frac{2}{3}\times3x=\frac{2}{3}\times3\times2\sqrt{3}=\mathbf{4\sqrt{3}\ cm}$$

(2) [この種の問題は展開図を描いてひもが直線になるようにするのがポイント]

展開図は次のようになる。底面の円は省略してある。求める糸の長さは線分 ED′ の長さと一致する。したがって，ED′ の長さを求めればよい。



[展開図の扇形の中心角を求める]

扇形の中心角を $x°$ とすると，「扇形の弧長＝底面の円周」が成り立つから

$$2\pi\times6\sqrt{3}\times\frac{x}{360}=2\pi\times2\sqrt{3}$$

両辺を 2π で割って

$$6\sqrt{3}\times\frac{x}{360}=2\sqrt{3}$$

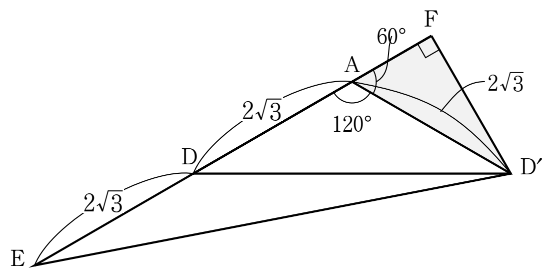
両辺を $2\sqrt{3}$ で割って

$$3\times\frac{x}{360}=1$$

$$x=120$$

したがって，中心角は 120° である。

ここで線分 AD を A の方に延長した半直線 DA 上に $\angle AFD'=90°$ となるように点 F をとり，$\triangle AD'F$ に注目する。



$\angle FAD'=60°$, $\angle AFD'=90°$ であるから，$\triangle AD'F$ は 30°, 60°, 90° の三角定規である。よって，

$$AF=\frac{1}{2}AD'=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}$$

$$FD'=\sqrt{3}AF=\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$$

そこで，直角三角形 $\triangle FED'$ で三平方の定理を用いると

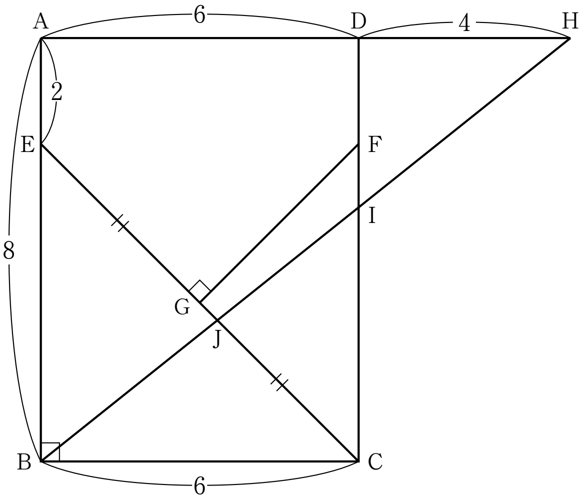
$$\begin{aligned}ED'^2&=EF^2+FD'^2\\&=(\sqrt{3}+2\sqrt{3}+2\sqrt{3})^2+3^2\\&=(5\sqrt{3})^2+9\\&=75+9\\&=84\end{aligned}$$

よって　$ED'=\sqrt{84}=\mathbf{2\sqrt{21}\ cm}$

✎注　いちばん最後の三平方の定理を利用する計算では，図のように $\triangle AFD'$ を考えるのが定番になっている。

高校で習う余弦定理（よげんていり）を使えば，ただちに $2\sqrt{21}$ を求めることができる。お楽しみに。

$\boxed{5}$



(1)［底辺を CG，高さを FG とすればいいように見えるがどうだろう］

BE ＝ BC ＝ 6 であるから △EBC は 45°, 45°, 90° の直角二等辺三角形である。

よって

$$CE=\sqrt{2}\times BC=6\sqrt{2}$$

$$CG=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$$

AB // CD だから錯角は等しい。

よって　$\angle GCF=\angle GEB=45°$

したがって，△CFG は直角二等辺三角形であり，GF ＝ GC ＝ $3\sqrt{2}$ であるから，

$$\triangle CFG=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}=\mathbf{9cm^2}$$

(2) △CFG は直角二等辺三角形であるから

$$CF=\sqrt{2}CG=\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}=6$$

よって　$DF=8-6=2$ …… ①

DH // BC であるから，平行線と比例の関係から

$$\begin{aligned}DI:IC&=DH:BC\\&=4:6\\&=2:3\end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned}CI&=\frac{3}{2+3}\times CD\\&=\frac{3}{5}\times 8=\mathbf{\frac{24}{5}cm}\end{aligned}$$

(3)［一般の四角形の面積の公式はない。したがって，△CGE から △CIJ を引く方針で解く］

(2) の過程から

$$\begin{aligned}CJ:JE&=CI:BE\\&=\frac{24}{5}:6\\&=24:30=4:5\end{aligned}$$

したがって

$$\begin{aligned}CJ:JE&=CI:BE\\&=\frac{24}{5}:6\\&=24:30=4:5\end{aligned}$$

したがって

$$\begin{aligned}CJ&=\frac{4}{4+5}\times CE\\&=\frac{4}{9}\times 6\sqrt{2}\\&=\frac{8\sqrt{2}}{3}\end{aligned}$$

以上から

$CG:CJ=3\sqrt{2}:\frac{8\sqrt{2}}{3}=9:8$

$CF:CI=6:\frac{24}{5}=30:24=5:4$

よって

$$\begin{aligned}\triangle CIJ&=\frac{8}{9}\times\frac{4}{5}\times\triangle CFG\\&=\frac{8}{9}\times\frac{4}{5}\times 9\\&=\frac{32}{5}\end{aligned}$$

したがって，求める四角形 FGJI の面積は

$$\begin{aligned}\triangle CFG-\triangle CIJ&=9-\frac{32}{5}\\&=\frac{45}{5}-\frac{32}{5}\\&=\mathbf{\frac{13}{5}cm^2}\end{aligned}$$

✎**注**　△CIJ の面積を求めるとき，底辺を IC とし，点 J から CI に垂線 JK を下ろし，JK を高さと考えてもよい。

CJ : JE ＝ 4 : 5 であるから

$$\begin{aligned}JK&=\frac{4}{9}\times BC\\&=\frac{4}{9}\times 6\\&=\frac{8}{3}\end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned}\triangle CIJ&=\frac{1}{2}\times CI\times JK\\&=\frac{1}{2}\times\frac{24}{5}\times\frac{8}{3}\\&=\frac{32}{5}\end{aligned}$$

✎**注**2　B，G，F は一直線上にある。それを利用してみよう。四角形 FGJI の面積を S とすると

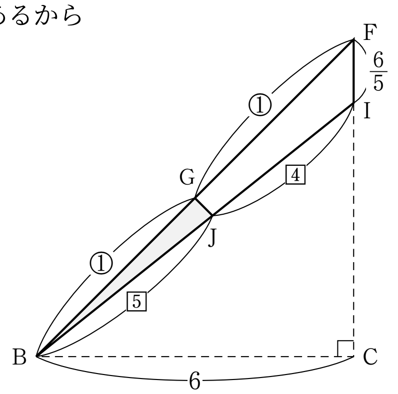
$$S=\triangle BIF-\triangle BJG$$

ここで

$$IF=CF-CI=6-\frac{24}{5}=\frac{6}{5}$$

$$\mathrm{BJ} : \mathrm{JI} = \mathrm{BE} : \mathrm{CI} = 6 : \frac{24}{5} = 5 : 4$$
$$\mathrm{BG} : \mathrm{GF} = 1 : 1$$

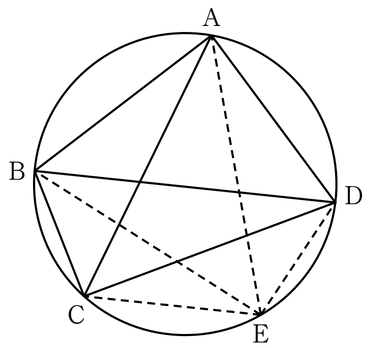
であるから



$$\begin{aligned}
S &= \triangle\mathrm{BIF} - \triangle\mathrm{BJG}(\text{網目部分}) \\
&= \triangle\mathrm{BIF} - \frac{1}{2} \times \frac{5}{5+4}\triangle\mathrm{BIF} \\
&= \left(1 - \frac{1}{2} \times \frac{5}{9}\right)\triangle\mathrm{BIF} \\
&= \left(1 - \frac{5}{18}\right)\triangle\mathrm{BIF} \\
&= \frac{13}{18} \times \left(\frac{1}{2} \times \mathrm{IF} \times \mathrm{BC}\right) \\
&= \frac{13}{18} \times \frac{1}{2} \times \left(6 - \frac{24}{5}\right) \times 6 \\
&= \frac{13}{18} \times \frac{1}{2} \times \frac{6}{5} \times 6 \\
&= \frac{13}{18} \times \frac{1}{2} \times \frac{6}{5} \times 6 \\
&= \mathbf{\frac{13}{5}\,cm^2}
\end{aligned}$$

6

(1) $n = 4$ の図に $n = 5$ の場合を描いてみよう。



5つ目の点 E をとって，A，B，C，D を結び弦を作ると，弦は新たに4本増える。同様に考えて，n 個の点をとったときの弦の本数を a_n として，$n = 2, 3, 4, 5$ の場合を書いてみると

$$a_{\underline{2}} = 1$$
$$a_{\underline{3}} = a_2 + 2 = 1 + \underline{2}$$
$$a_{\underline{4}} = a_3 + 3 = 1 + 2 + \underline{3}$$
$$a_{\underline{5}} = a_4 + 4 = 1 + 2 + 3 + \underline{4} = 10$$

したがって，$n = 5$ のとき　**10**

✎**注** a_2 の右下の 2 を番号と言います。この番号と右辺の最後の数との関係を考えると (2) が解けるはず。

(2) ここで

$$\begin{aligned}
a_n &= 1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + (n-1) \\
&= \frac{1}{2}n(n-1) \cdots\cdots ①
\end{aligned}$$

が成り立つ。

したがって，$n = 41$ のとき ① に代入して

$$\begin{aligned}
a_{41} &= \frac{1}{2} \times 41 \times 40 \\
&= \mathbf{820}
\end{aligned}$$

✎**注** $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \cdots + 40$ を地道に足していってもよりが，　公式

$$\mathbf{1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{1}{2}n(n+1)}$$

は絶対覚えたほうがよき。

(3) $a_n = \frac{1}{2}n(n-1) = 1953$ より

$$n(n-1) = 1953 \times 2$$
$$n(n-1) = 3 \times 651 \times 2$$
$$n(n-1) = 3 \times 3 \times 217 \times 2$$
$$n(n-1) = 3 \times 3 \times 7 \times 31 \times 2$$

$n - 1, n$ は連続する 2 つの自然数だから

$$n(n-1) = (3 \times 3 \times 7) \times (31 \times 2)$$
$$n(n-1) = 63 \times 62 \cdots\cdots ②$$

条件から ② を満たす自然数 n は唯一だから

$$\boldsymbol{n = 63}$$

（以上）

京都府立高校 入試数学過去問のページに戻る