一個人の感想程度の解答ですので，参考程度に利用してください。

令和 6 年度京都府公立高等学校入学者選抜
前期選抜学力検査

共通学力検査　数学

$\boxed{1}$

(1)　$(-3)^3+4^2\times\dfrac{9}{8}$

$=(-27)+16\times\dfrac{9}{8}$

$=(-27)+2\times9$

$=-27+18$

$=\mathbf{-9}$

(2) $2x-6-\dfrac{x-7}{2}$

$=\dfrac{4x}{2}-\dfrac{12}{2}-\dfrac{x-7}{2}$

$=\dfrac{4x-12-(x-7)}{2}$

$=\dfrac{4x-12-x+7}{2}$

$=\dfrac{\mathbf{3x-5}}{\mathbf{2}}$

(3) $\dfrac{2}{5}x^3y^3\div(-2y)\div\left(-\dfrac{1}{25}xy^2\right)$

[かけ算・割り算だけの式は，まず符号を考える。本問はマイナスが 2 個なので結果はプラス]

$=\dfrac{2}{5}x^3y^3\div2y\div\left(\dfrac{1}{25}xy^2\right)$

[アルファベットを分子に書く]

$=\dfrac{2x^3y^3}{5}\div2y\div\dfrac{xy^2}{25}$

[割り算は逆数のかけ算に直す]

$=\dfrac{2x^3y^3}{5}\times\dfrac{1}{2y}\times\dfrac{25}{xy^2}$

[数字，x, y の順に計算しよう]

$=\left(\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{25}{1}\right)\times\left(\dfrac{x^3}{1}\times\dfrac{1}{x}\right)\times\left(\dfrac{y^3}{1}\times\dfrac{1}{y}\times\dfrac{1}{y^2}\right)$

$=5\times x^2\times1$

$=\mathbf{5x^2}$

[ここでは詳しく書いたが，もっとさっさと計算してもよい]

(4) [対応表を書いて計算しよう]

$y=\dfrac{16}{x}$ に $x=2$, $x=4$ を代入すると

$x=2$ のとき $y=\dfrac{16}{2}=8$

$x=4$ のとき $y=\dfrac{16}{4}=4$

x	2 → 4
y	8 → 4

よって，変化の割合は

$\dfrac{4-8}{4-2}=\dfrac{-4}{2}=\mathbf{-2}$

(5) [$c=\square$ の形に変形しよう]

$a-6c=8b$

$-6c=-a+8b$

$\dfrac{-6c}{-6}=\dfrac{-a}{-6}+\dfrac{8b}{-6}$

$\boldsymbol{c=\dfrac{a}{6}-\dfrac{4b}{3}}$

[上の解以外にも答え方がある。たとえば]

$\boldsymbol{c=\dfrac{a-8b}{6}}$　または　$\boldsymbol{c=\dfrac{1}{6}a-\dfrac{4}{3}b}$

ただし，$c=\dfrac{-a+8b}{-6}$ は減点対象だろう。分母は正の整数にするのがエチケットだから。

(6) [125 を 2 つの連続する平方数で挟もう]

$10^2=100$, $11^2=121$, $12^2=144$ であるから

$11^2<125<12^2$

よって　$11<\sqrt{125}<12$

したがって，$\sqrt{125}$ の整数部分の値は **11**

(7) [両辺を 2 で割ってから解の公式]

$2x^2-18x+12=0$

両辺を 2 で割ると

$x^2-9x+6=0$

解の公式より

$x=\dfrac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\times1\times6}}{2\times1}$

$=\dfrac{9\pm\sqrt{81-24}}{2}$

$=\dfrac{\mathbf{9\pm\sqrt{57}}}{\mathbf{2}}$

(8) [面積の公式に代入]

- 円の面積 S は　S$=\pi r^2$
- 球の表面積 T は　T$=4\pi r^2$

半球部分の表面積は

$\pi\times4^2\times\dfrac{1}{2}=\pi\times16\times\dfrac{1}{2}=8\pi$

円の部分の面積は

$\pi\times4^2=16\pi$

よって，答えは　$8\pi+16\pi=\mathbf{24\pi}$

(9) [累積相対度数の処理がポイント]

13 以上 16 未満の階級の相対度数は

$0.04-0.04=0$

したがって　$\mathbf{X=0}$

度数の和は

$1+0+2+4+5+3+\mathrm{Y}+2+1=25$

$18+\mathrm{Y}=25$

$$\mathbf{Y=7}$$

このとき，28 回以上 31 回未満の階級の相対度数は

$$\frac{7}{25}=0.28$$

したがって，累積相対度数 Z は

$$\mathbf{Z}=0.60+0.28=\mathbf{0.88}$$

$\boxed{2}$

［ちょっと大変ですが，すべての場合を書き出しましょう。$2^4=16$ 通りあります］

表を H，裏を T で表すと

	100 円硬貨 1	100 硬貨 2	50 円硬貨 1	50 円硬貨 2
1	H	H	H	H
2	H	H	H	T
3	H	H	T	H
4	H	H	T	T
5	H	T	H	H
6	H	T	H	T
7	H	T	T	H
8	H	T	T	T
9	T	H	H	H
10	T	H	H	T
11	T	H	T	H
12	T	H	T	T
13	T	T	H	H
14	T	T	H	T
15	T	T	T	H
16	T	T	T	T

(1) 全部で 16 通りあり，100 円硬貨が 2 枚とも表で，50 円硬貨が少なくとも 1 枚は表となる場合の数は，上の表の 1，2，3 の 3 通りある。

したがって，求める確率は　$\boldsymbol{\frac{3}{16}}$

(2)

表が出た硬貨の合計金額は全部で

0 円，50 円，100 円，150 円，200 円，250 円，300 円の 7 通りであるが，上の表で考えると

100 円となるのは　4，8，13

150 円となるのは　6，7，10，11

200 円となるのは　4，5，9

の 10 通りである。

よって，求める確率は　$\frac{10}{16}=\boldsymbol{\frac{5}{8}}$

✎**注**　英語で「表」は Head，「裏」は Tail と言います。なお，余事象［そうならない場合］を考えてもできそうです。

出た硬貨の合計金額が

0 円となるのは　16

50 円となるのは　14，15

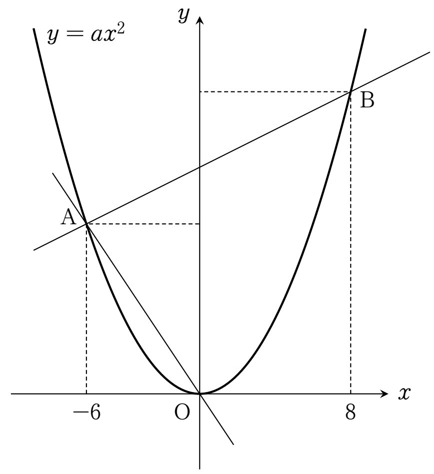
250 円となるのは　3，4

300 円となるのは　1

の 6 通りである。

よって，求める確率は　$\frac{16-6}{16}=\frac{10}{16}=\boldsymbol{\frac{5}{8}}$

$\boxed{3}$



(1)［まず点 A の y 座標を求めよう］

$y=ax^2$ に $x=-6$ を代入すると

$y=a\times(-6)^2$

$y=36a$

したがって，2 点 O，A を通る直線の傾きは

$$\frac{0-36a}{0-(-6)}=-6a$$

これが $-\frac{3}{2}$ に等しいから

$$-6a=-\frac{3}{2}$$

$$a=\frac{3}{2\times6}$$

$$=\boldsymbol{\frac{1}{4}}$$

(2)［A，B の y 座標を求め，2 点を通る直線の方程式の求め方を利用］

$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=-6,\ x=8$ を代入すると

$x=-6$ のとき

$y=\frac{1}{4}\times(-6)^2=\frac{1}{4}\times36=9$

$x=8$ のとき

$y=\frac{1}{4}\times8^2=\frac{1}{4}\times64=16$

よって，A，B の座標はそれぞれ

A$(-6,\ 9)$，B$(8,\ 16)$

直線 AB の方程式を $y=px+q$ とおく。

2 点 A，B を通るから

$9=-6p+q$ …… ①

$16=8p+q$ …… ②

①－② より　　$-7=-14p$

$$14p=7 \quad \text{つまり} \quad p=\frac{1}{2}$$

$p=\frac{1}{2}$ を ① に代入して

$$9=-6\times\frac{1}{2}+q$$
$$9=-3+q$$
$$-3+q=9 \quad \text{よって} \quad q=12$$

したがって，答えは　　$\boldsymbol{y=\frac{1}{2}x+12}$

(3)［等積変形を利用。A を通って傾き $-\frac{5}{6}$ の直線と，原点を通って直線 AB に平行な直線との交点が C。］

等積変形により，点 C は，A を通って傾き $-\frac{5}{6}$ の直線 ℓ と，原点を通って直線 AB に平行な直線 m の交点に他ならない。

ℓ の方程式を $y=-\frac{5}{6}x+b$ とおくと，点 A を通るから

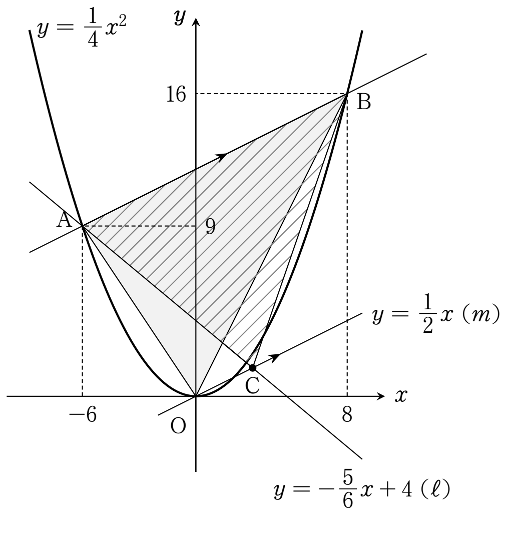
$$9=-\frac{5}{6}\times(-6)+b$$
$$9=5+b \quad \text{よって} \quad b=4$$

したがって，ℓ の方程式は $y=\frac{5}{6}x+4$ …… ①

直線 AB の傾きは［変化の割合を用いて］

$$\frac{16-9}{8-(-6)}=\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$$

よって，また，直線 m の方程式は $y=\frac{1}{2}x$ …… ②



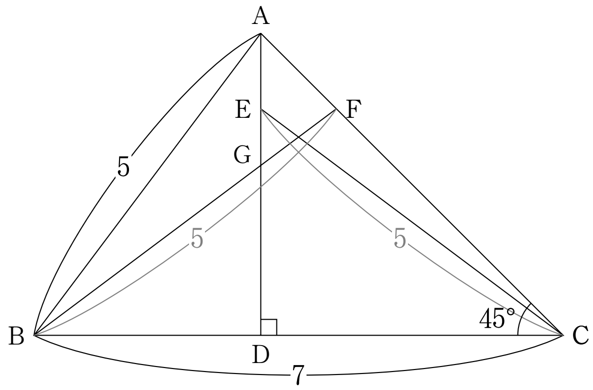
よって，①，② を連立させて解くと

$$\frac{1}{2}x=-\frac{5}{6}x+4$$
$$3x=-5x+24$$
$$8x=24$$
$$x=3$$

このとき　$y=\frac{1}{2}\times3=\frac{3}{2}$

したがって，点 C の座標は　　$\boldsymbol{C\left(3,\ \frac{3}{2}\right)}$

4



(1)［直角三角形の合同条件を考えよう］

△ABD と △CED において

仮定より　$\angle ADB=\angle CDE=90^\circ$ …… ①

仮定より　AB ＝ CD …… ②

$\angle ADC=90^\circ$, $\angle ACD=45^\circ$ であるから，△ADC は直角二等辺三角形である。したがって，

$$AD=CD \text{ …… ③}$$

①，②，③ より

直角三角形で斜辺と他の一辺がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABD\equiv\triangle CED$$

終

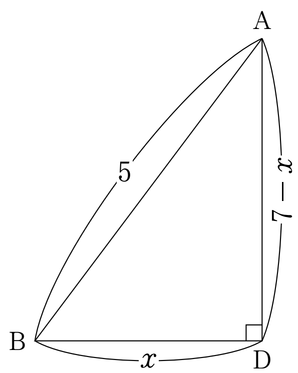
(2)［BD を x とおき，CD，AD を x で表し，△ABD で三平方の定理を用いる］

以下，計算と途中は単位の cm を省略する。

BD ＝ x とおくと　　CD ＝ $7-x$

△ADC は直角二等辺三角形であるから

$$AD=CD=7-x$$



△ABD で三平方の定理を用いると

$$x^2+(7-x)^2=5^2 \text{ …… ①}$$
$$x^2+(49-14x+x^2)=25$$
$$2x^2-14x+24=0$$
$$x^2-7x+12=0$$
$$(x-3)(x-4)=0$$

よって　　$x=3,\ 4$

$x=3$ のとき　　CD ＝ $7-3=4$

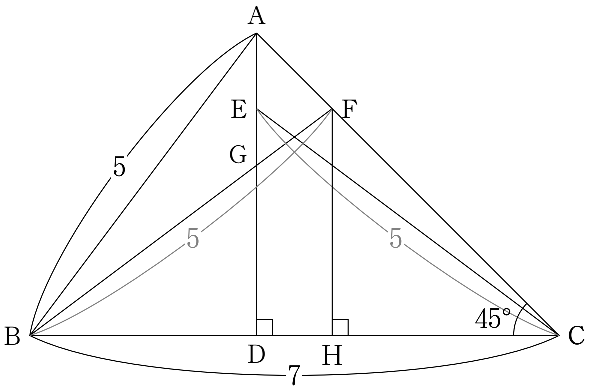
これは，条件 BD ＜ CD を満たす。

$x = 4$ のとき　　$CD = 7 - 4 = 3$

これは，条件 $BD < CD$ に反する。

よって　　　　　**BD = 3 cm**

[EG を直接求めるのは無理ぽ。DE と DG を求めて差をとろう]



[FH を求めて，平行線と比例の関係から DG を求めよう。]

F から辺 BC に垂線 FH を下ろし，

$$FH = y$$

とおく。△FHC は $FH = HC$ の直角二等辺三角形であるから，

$$CH = FH = y$$

である。このとき　　$BH = 7 - y$

△BHF で三平方の定理を用いると

$$(7 - y)^2 + y^2 = 5^2$$

これは (2) の ① の x を y に代えたものだから

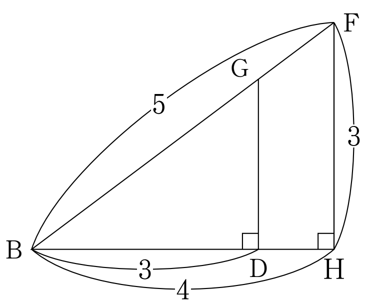
$y = 3, 4$

である。$CH < CD$ であるから

$$y = 3$$

よって　　　$FH = CH = 3$

また　　　$BD = 3, BH = 4$



平行線と比例の関係より

$GD : FH = 3 : 4$

よって　$GD : 3 = 3 : 4$

$$4GD = 3 \times 3$$
$$4GD = 9$$
$$GD = \frac{9}{4}$$

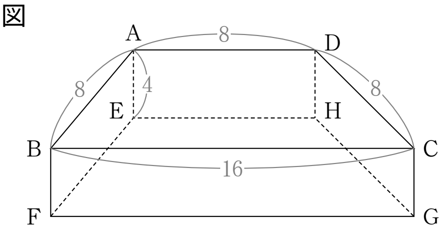
また (1) より　$DE = 3$

したがって

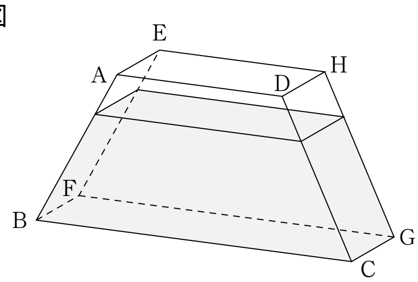
$$EG = ED - GD = 3 - \frac{9}{4} = \frac{12}{4} - \frac{9}{4} = \mathbf{\frac{3}{4}}$$

5 [例によって単位の cm は略す]

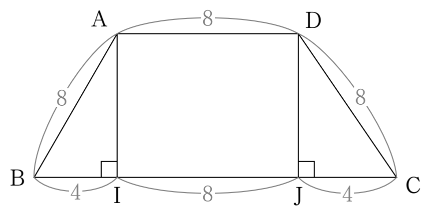
第 I 図



第 II 図



(1) 台形 ABCD で，点 A，D からそれぞれ辺 BC に垂線 AI，DJ を下ろす。



図形の対称性から，

$$BI = 4, IJ = 8, JC = 4$$

△ABI で三平方の定理を用いると

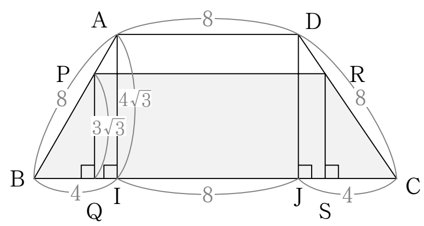
$$BI^2 + AI^2 = AB^2$$
$$4^2 + AI^2 = 8^2$$
$$16 + AI^2 = 64$$
$$AI^2 = 64 - 16$$
$$AI^2 = 48$$

$AI > 0$ だから

$$AI = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

よって，高さは AI としてよいから，答えは $\mathbf{4\sqrt{3}}$

(2)



AB，DC と水面との交点をそれぞれ P，R，P，R から辺 BC にそれぞれ垂線 PQ，RS を下ろすと

$$PQ = RS = 3\sqrt{3}$$

$AI \mathbin{/\!/} PQ$ であるから，平行線と比例の関係より

$$\mathrm{BQ : BI = PQ : AI}$$
$$\mathrm{BQ} : 4 = 3\sqrt{3} : 4\sqrt{3}$$
$$\mathrm{BQ} : 4 = 3 : 4$$
$$4\mathrm{BQ} = 4 \times 3$$
$$\mathrm{BQ} = 3$$

よって

$\mathrm{PR = BC - (BQ + CS)} = 16-(3+3) = 16-6 = 10$

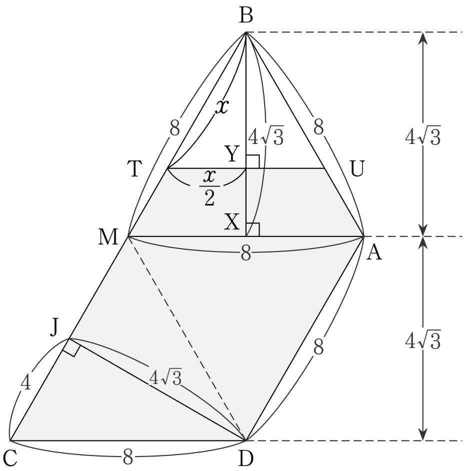
したがって，求める水の体積を V とすると，V は台形 PBCR を底面とし，BF を高さとする四角柱の体積と等しいから

$$\begin{aligned} \mathrm{V} &= \frac{1}{2}(\mathrm{BC} + \mathrm{PR}) \times \mathrm{PQ} \times \mathrm{BF} \\ &= \frac{1}{2}(16 + 10) \times 3\sqrt{3} \times 4 \\ &= \frac{1}{2} \times 26 \times 3\sqrt{3} \times 4 \\ &= \mathbf{156\sqrt{3}\ cm^3} \end{aligned}$$

(3) △CDJ で 3 辺の比を考えると

$$\mathrm{CJ : CD : DJ} = 4 : 8 : 4\sqrt{3} = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

したがって △CDJ は 30°, 60°, 90° の三角定規であるから，BC の中点を M とすると，△CDM, △MDA, △BMA はすべて一辺が 8cm の合同な正三角形である。

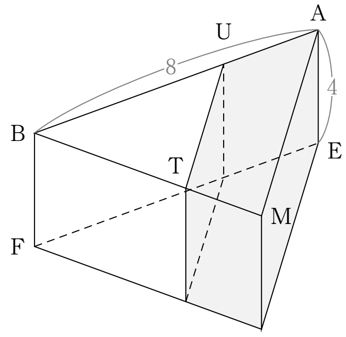


ここで水面が △BMA にまでくるのかどうか確認しておこう。

平行四辺形 CDAM を底面とし AE(**第Ⅰ図**参照) を高さとする四角柱の体積は　$8 \times 4\sqrt{3} \times 4 = 128\sqrt{3}$　であるから，これは水の体積 $156\sqrt{3}$ より小さい。したがって，水面は △BMA まで上がる。

水面と BM，BA との交点をそれぞれ T，U，点 B から MA に垂線 BX をおろし，BX と TU の交点を Y とする。

台形 TMAU を底面とし，高さが AE である四角柱の体積が $156\sqrt{3} - 128\sqrt{3} = 28\sqrt{3}$ であればよい。すると，正三角形 BMA を底面とし，高さ AE とする三角柱の体積は $\frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{3} \times 4 = 64\sqrt{3}$ であるから，正三角形 BTU[上の図の白い部分] を底面とし高さが AE である三角柱の体積が $64\sqrt{3} - 28\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$ であればよい。



（この三角柱全体の体積は $64\sqrt{3}$，網目部分の体積は $28\sqrt{3}$ であるから，白い部分の三角柱の体積は $36\sqrt{3}$）

$\mathrm{BT} = x$ とすると，$\mathrm{BY} = \frac{1}{2} \times x \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ であるから，

$$\left(\frac{1}{2} \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2}x\right) \times 4 = 36\sqrt{3}$$
$$\sqrt{3}x^2 = 36\sqrt{3}$$
$$x^2 = 36$$

$x > 0$ だから　　$x = \sqrt{36} = 6$

よって　$\mathrm{BY} = \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$

したがって　$\mathrm{XY = BX - BY} = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$

ゆえに，求める水面の高さは

$$4\sqrt{3} + \sqrt{3} = \mathbf{5\sqrt{3}}$$

6 ［ド，レ，ミ，ファ，ソの繰り返しだから，5 音を 1 つのグループと見る。］

(1) $20 \div 5 = 4$ であるから，20 音目を吹いたとき，ド，レ，ミ，ファ，ソをちょうど 4 回繰り返したことになる。したがって，20 音目に吹いた音は　**ソ**　である。トーンホール C［以下，単に C と書く］は，1 回繰り返す毎に 4 回閉じるから，C が閉じた回数は　$4 \times 4 = \mathbf{16}$

(2) $113 \div 5 = 22$ あまり 3 であるから，113 音目は，23 週目の 3 音目の音であるからミである。D は 1 周するたびにドの音に対して 1 回閉じられるから，D を閉じた回数は　$22 + 1 = \mathbf{23}$

(3) 第 k 周目 の 5 音目のソの音を吹き終わった段階で A，B を閉じた回数は次の表のようになる。

	1 音目	2 音目	3 音目 1	4 音目	5 音目
	ド	レ	ミ	ファ	ソ
A	$4k-2$	$4k-2$	$4k-1$	$4k$	$4k$
B	$3k-2$	$3k-1$	$3k$	$3k$	$3k$
差	$k-1$	$k-1$	$k-1$	k	k

[1] $k-1=1258$ のとき

$k=1259$ であるから，1259 周目のド，レ，ミのいずれかである。

ドは，$5\times1258+1=6290+1=6291$ 音目

レは，$5\times1258+2=6290+2=6292$ 音目

ミは，$5\times1258+3=6290+3=6293$ 音目

である。条件より

$$5n^2+5n-7=6291 \cdots\cdots ①$$
$$5n^2+5n-7=6292 \cdots\cdots ②$$
$$5n^2+5n-7=6293 \cdots\cdots ③$$

をそれぞれ解けばよい。

① から　$5n^2+5n=6298$

n は自然数だから，左辺は 5 の倍数だが，右辺は 5 で割り切れない。よって　① を満たす自然数 n は存在しない。

② も同様の理由で成り立たない。

③ のとき　$5n^2+5n=6300$

両辺を 5 で割ると　$n^2+n=1260$

$$n(n+1)=1260(=4\times5\times7\times9)$$

左辺は連続する 2 つの自然数の積で，右辺を変形すると 35×36 となるから

$$n(n+1)-35\times36=0$$
$$n^2+n-35\times36=0$$
$$(n-35)(n+36)=0$$

$n>0$ であるから　$n=35$

[2] $k=1258$ のとき

1258 周目のファかソのいずれかである。

ファは，$5\times1258-1=6290-1=6289$ 音目

ソは，$5\times1258=6290$ 音目

である。条件より

$$5n^2+5n-7=6289 \cdots\cdots ④$$
$$5n^2+5n-7=6290 \cdots\cdots ⑤$$

をそれぞれ解けばよいが，どちらも [1] の場合と同様に考えると，成り立たないことがわかる。

よって，[1]，[2] より　$\boldsymbol{n=35}$

（以上です）