平成27年度 前期数学解答

[1]

(1) $-8^2-4\times(-2)^2$

①②③④

$=-64-4\times(+4)$

$=-64-16$

$=\underline{-80}$ 答

(2) $12\left(\frac{7}{4}x-\frac{4}{3}y\right)-4(2x-7y)$

$=12\times\frac{7}{4}x-12\times\frac{4}{3}y-4\times2x-4\times(-7y)$

$=21x-16y-8x+28y$

$=\underline{13x+12y}$ 答

(3) $(\sqrt{20}-\sqrt{80})^2$

$=(2\sqrt{5}-4\sqrt{5})^2$

$=(-2\sqrt{5})^2$

$=+4\times5$

$=\underline{20}$ 答

(4) 平行 ＝ 傾きが等しい

$y=-\frac{3}{4}x+b$ とおく

$x=8,\ y=-4$ を代入して

$-4=-\frac{3}{4}\times8+b$

$-\frac{3}{4}\times8+b=-4$

$-6+b=-4$

$b=-4+6$

$b=2$

よって，$\underline{y=-\frac{3}{4}x+2}$ 答

(5) $\begin{cases}5x+2y=11 & \cdots ①\\ 4x-3y=18 & \cdots ②\end{cases}$

[y を消します]

①×3＋②×2 より

$$\begin{array}{rrl} & ①\times3: & 15x+6y=33\\ +) & ②\times2: & 8x-6y=36\\ \hline & & 23x\quad\ \ =69\end{array}$$

$x=3$

$x=3$ を①に代入して

$5\times3+2y=11$

$15+2y=11$

$2y=11-15$

$2y=-4$

$y=-2$

よって，$\underline{x=3,\ y=-2}$ 答

$\boxed{1}$ (6)

$ax^2-5ax-6a$ （aでくくる）

$=a(x^2-5x-6)$

$=a(x+1)(x-6)$ 答

(7) $x^2-5x+3=0$

$a=1, b=-5, c=3$ を解の公式に代入しよう。

$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times3}}{2\times1}$

$x=\dfrac{5\pm\sqrt{25-12}}{2}$

$x=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{2}$ 答

(8)

ねじれの位置 ＝ 平行でない，交わらない

答えは，AD, DE, DF だから

(ウ), (カ), (キ) 答

(9) 平均値

$(7+33+15+5+13+9+11+6+8+7)\div10$

$=(40+20+13+20+21)\div10$

$=(80+34)\div10$

$=114\div10=11.4$（点） 答

小さい方から並べると

5, 6, 7, 7, 8, 9, 11, 13, 15, 33

5番目と6番目の平均が中央値であるから，答えは

$\dfrac{8+9}{2}=8.5$（点）

よって，平均値 11.4点
中央値 8.5点 答

$\boxed{2}$

yはxの2乗に比例
$y=ax^2$

(1) $y=ax^2$ とおく。

$x=6, y=9$ を代入すると

$9=a\times6^2$

$a\times6^2=9$

$36a=9$

$a=\dfrac{\cancel{9}^{1}}{\cancel{36}_{4}}$

$a=\dfrac{1}{4}$

よって，$y=\dfrac{1}{4}x^2$ 答

（グラフは略）

$\boxed{2}$ (2) $y=\frac{1}{4}x^2$ で，xの値が14から18まで増加したときの変化の割合を求めればよい．

よって，

x	14	18
y	$\frac{1}{4}\times14^2$	$\frac{1}{4}\times18^2$

$$\frac{\frac{1}{4}\times18^2-\frac{1}{4}\times14^2}{18-14}$$

$$=\frac{\frac{1}{4}\times18\times18-\frac{1}{4}\times14\times14}{4}$$

$$=\frac{9\times9-7\times7}{4}$$

$$=\frac{81-49}{4}=\frac{32}{4}=8$$

より，答えは 毎秒 8 m

［遅い列車やな．石炭で走ってるのかな？］

$\boxed{3}$

P＼Q	1	2	3	4	5	6	7	8
1		□		○			□	
2	□		○			□		○
3		○			□		○	
4	○			□		○		
5			□		○			□
6		□		○			□	

和

(1) 目の和が5，10になるときだから9通り．

すべての目の出方は $6\times8=48$ 通りあるから．答えは

$$\frac{9}{48}=\frac{3}{16}$$ 答

(2)

(ア) Pの目が3のときだから確率は $\frac{1}{6}$ （＝1通り）

(イ) Qの目が3，8のときだから確率は $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$ （2通り）

(ウ) 和が3，8，13のときだから（左下の表の□）10通りある．

よって，確率は $\frac{10}{6\times8}=\frac{5}{24}$

(ア) $\frac{4}{24}$，(イ) $\frac{6}{24}$，(ウ) $\frac{5}{24}$ より

答えは (イ)，(ウ)，(ア) 答

$\boxed{4}$

$$M=a\times100+b\times10+c$$
$$=100a+10b+c$$

とすると

$$N=100c+10b+a$$

$M>N$ より $a>c$

このとき

$M-N$

$=(100a+10b+c)-(100c+10b+a)$

$=100a+10b+c-100c-10b-a$

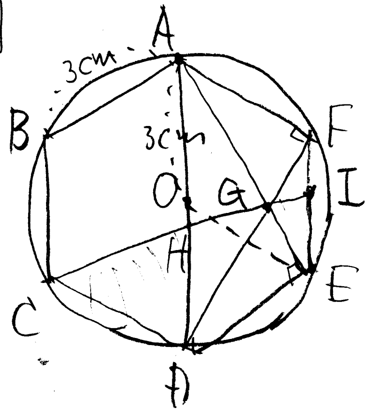
$=99a-99c$

$=99(a-c)$

$a-c$は整数だから，$99(a-c)$は99の倍数．

よって，$M-N$は必ず99の倍数になる。 終

5



(1) $\angle DOE=360°\div 6=60°$，

(円周角)$=\frac{1}{2}\times$(中心角)より

$\angle DAE=\frac{1}{2}\times\angle DOE=\frac{1}{2}\times 60°$

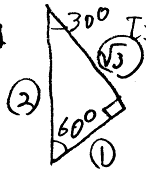
$\angle DAE=30°$

また，$OD=OE$かつ$\angle DOE=60°$より$\triangle ODE$は正三角形。

$DE=AB=3$ (cm) より (大切)

$OD=OE=3$ (cm)

$AD=2\times 3=6$ (cm)

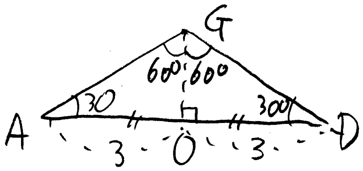
$\triangle ADE$は  だから

$AE:DE=\sqrt{3}:1$

$AE:3=\sqrt{3}:1$

$AE=\underline{3\sqrt{3}}$ (cm) 答

(2) $\triangle ADG$は$\angle DAG=\angle ADG=30°$の二等辺三角形．



$1:2:\sqrt{3}$を用いて

$DG:DO=2:\sqrt{3}$

$DG:3=2:\sqrt{3}$

$\sqrt{3}DG=6$

$DG=\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}$

$DG=2\sqrt{3}$ (cm)

$DF=AE$ ($\triangle AED\equiv\triangle DFA$より) だから

$GF=DF-DG=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\sqrt{3}$ (cm)

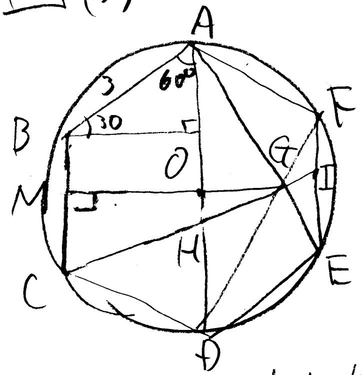
よって，$DG:GF=2\sqrt{3}:\sqrt{3}$

$=2:1$

$HD\parallel FI$より

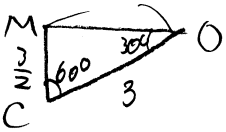
$HG:GI=DG:GF=\underline{2:1}$ 答

$\boxed{5}$ (3)



点O, Mから辺BCにそれぞれ垂線OMを下す。

Mは辺BCの中点だから



$OM:MC=\sqrt{3}:1$

$OM:\frac{3}{2}=\sqrt{3}:1$ より

$OM=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(2)の過程より $OG:DG=1:2$

$OG:2\sqrt{3}=1:2$

$2OG=2\sqrt{3}$

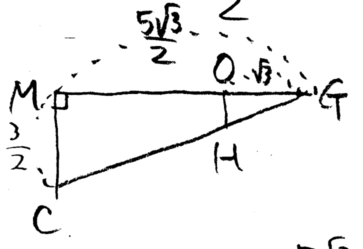
$OG=\sqrt{3}$

よって、$MG=MO+OG$

$MG=\frac{3\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}$

$MG=\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{2\sqrt{3}}{2}$

$MG=\frac{5\sqrt{3}}{2}$



$OH:MC=\sqrt{3}:\frac{5\sqrt{3}}{2}$

$OH:MC=2\sqrt{3}:5\sqrt{3}$

よって、$OH:MC=2:5$

従って、$OH:\frac{3}{2}=2:5$

$5OH=\frac{3}{2}\times 2$

$5OH=3$

$OH=\frac{3}{5}$

よって、

$AH:HD=(AO+OH):(OD-OH)$

$=\left(3+\frac{3}{5}\right):\left(3-\frac{3}{5}\right)$

$=\left(\frac{15}{5}+\frac{3}{5}\right):\left(\frac{15}{5}-\frac{3}{5}\right)$

$=\frac{18}{5}:\frac{12}{5}$

$=18:12$

$=3:2$ 答

$\triangle CDH=\frac{2}{5}\times\triangle ACD$

$=\frac{2}{5}\times\triangle ADE$

$=\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}\times AE\times DE$

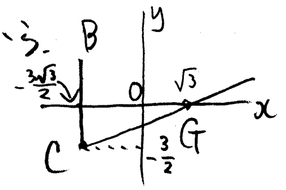
$=\frac{\cancel{2}}{5}\times\frac{1}{\cancel{2}}\times 3\sqrt{3}\times 3$

$=\frac{9\sqrt{3}}{5}$ (cm²) 答

☆ $\boxed{5}$ のおまけ

MG を x 軸，AD を y 軸とすると，

直線 CG は，2点 $C\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}, -\frac{3}{2}\right)$，$G(\sqrt{3}, 0)$ を通るから，



傾きは

$$\frac{0-\left(-\frac{3}{2}\right)}{\sqrt{3}-\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{3}+\frac{3\sqrt{3}}{2}} = \frac{3}{2} \div \left(\sqrt{3}+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= \frac{3}{2} \div \left(\frac{2\sqrt{3}}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= \frac{3}{2} \div \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{2}{5\sqrt{3}} = \frac{3}{5\sqrt{3}}$$

$\left(=\frac{\sqrt{3}}{5}\right)$ このまま

$y=\frac{3}{5\sqrt{3}}x+b$ とおくと，$x=\sqrt{3}$，$y=0$ を代入して

$$0=\frac{3}{5\sqrt{3}}\times\sqrt{3}+b$$

$$\frac{3}{5\sqrt{3}}\times\sqrt{3}+b=0$$

$$\frac{3}{5}+b=0$$

$$b=-\frac{3}{5}$$

よって，$y=\frac{3}{5\sqrt{3}}x-\frac{3}{5}$ …Ⓐ

これから $OH=\frac{3}{5}$

また，点 I について，点 I は線分 $x=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 上にあるから Ⓐ に $x=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ を代入して

$$y=\frac{3}{5\cancel{\sqrt{3}}}\times\frac{3\cancel{\sqrt{3}}}{2}-\frac{3}{5}$$

$$y=\frac{9}{10}-\frac{3}{5}$$

$$y=\frac{9}{10}-\frac{6}{10}$$

$$y=\frac{3}{10}$$

よって，$FI=\frac{3}{2}-\frac{3}{10}$

$$FI=\frac{15}{10}-\frac{3}{10}$$

$$FI=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$$

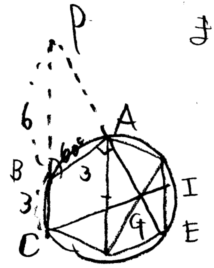
また $EI=\frac{3}{2}+\frac{3}{10}=\frac{18}{10}=\frac{9}{5}$

よって，$FI:IE=\frac{6}{5}:\frac{9}{5}$

$$=6:9$$

$$=2:3$$

又は，下図で $\triangle PCG \backsim \triangle EIG$



$\triangle PAB$
$1:2:\sqrt{3}$ より
$PB=2AB=6$
$PA=\sqrt{3}AB=3\sqrt{3}$

また，$AG:AO=2:\sqrt{3}$

$$AG:3=2:\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}AG=6$$

$$AG=\frac{6}{\sqrt{3}}=\cdots=2\sqrt{3}$$

よって，$GE=AE-AG=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

$$GE=\sqrt{3}$$

よって，PC：EI＝PG：EG

$9:EI=(3\sqrt{3}+2\sqrt{3}):(3\sqrt{3}-2\sqrt{3})$

$9:EI=5\sqrt{3}:\sqrt{3}$

$9:EI=5:1$

$5EI=9$

$EI=\frac{9}{5}$

など…

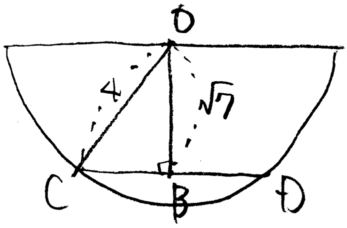
$\boxed{6}$

(1) 球の体積の半分だから

$\frac{\cancel{4}^{2}}{3}\pi\times4^3\times\frac{1}{\cancel{2}_{1}}=\frac{2\pi}{3}\times64$

$=\frac{128}{3}\pi\ (cm^3)$

(2)



点Oを通って水面と垂直な平面による切り口は上の通り

△OCBで三平方の定理を用いて

$BC^2+(\sqrt{7})^2=4^2$

$BC^2=4^2-(\sqrt{7})^2$

$BC^2=16-7$

$BC^2=9$

BC>0より BC＝3 (cm)

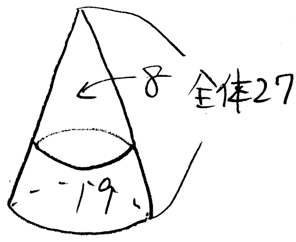
よって，おもりの底面の円の半径は $\underline{3(cm)}$ 答

(3) おもりの体積Vからおもりの水面より上にある部分(直円錐)の体積Wを引けばよい．

相似比は $3\sqrt{7}:2\sqrt{7}=3:2$ より，

体積比は $3^3:2^3=27:8$

よって，水に沈んだ部分の体積は



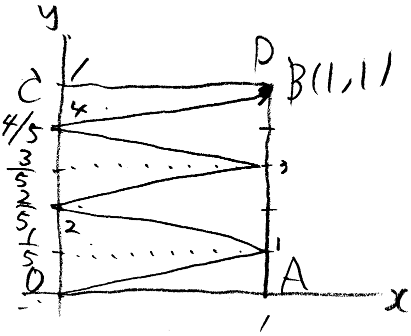
$\frac{19}{27}\times V=\frac{19}{\cancel{27}_{3}}\times\frac{1}{\cancel{3}}\times\pi\times\cancel{3^2}^{1}\times\cancel{3}\sqrt{7}$

$=\frac{19\sqrt{7}}{3}\pi\ (cm^3)$ 答

$\boxed{8}$ 次ページ

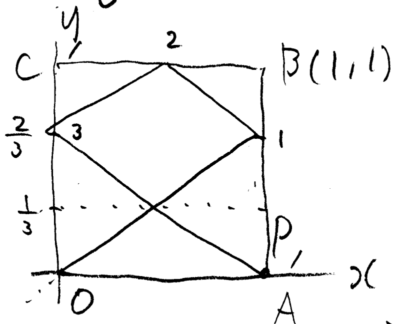
$\boxed{7}$

(1) $a=\frac{1}{5}$ のとき



上の図のようになるから $\underline{X=4}$ 答

$a=\frac{2}{3}$ のとき



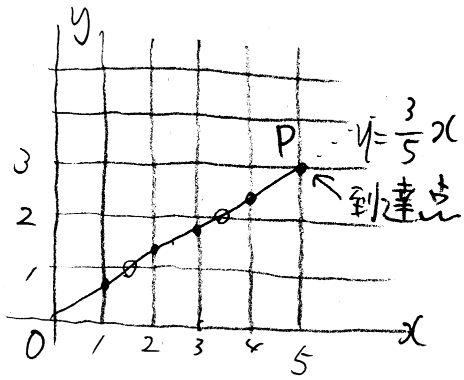
上の図のようになるから $\underline{X=3}$ 答

(2) $\frac{n}{m}\times m=n$ より 辺OCまたは辺ABと $m-1$ 回はねかえり、辺BCまたは辺OAと $n-1$ 回はねかえる。よって

$$X=(m-1)+(n-1)=\underline{m+n-2}$$

答

☆ $\boxed{\text{折れ線は伸ばせ}}$ という鉄則に従うと、例えば $a=\frac{3}{5}$ のとき



たて線と4回、横線と2回交っている。到達点が点(5,3)なので、4, 2という数字が出てくる。そう!! 5−1, 3−1 で 4, 2 ということです。

(3) $X=10$ のとき (2)より

$$m+n-2=10$$
$$m+n=12$$

m, n は互いに素だから

$(m,n)=(1,11),(5,7),(7,5),(11,1)$

よって、$a=\frac{n}{m}$ より

$a=\frac{11}{1}, \frac{7}{5}, \frac{5}{7}, \frac{1}{11}$

つまり

$\underline{a=11, \frac{7}{5}, \frac{5}{7}, \frac{1}{11}}$ 答