

11)

$$11) \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}+1} \quad (\text{分母を有理化します})$$

$$= \frac{3\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})} - \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$$

$$= \frac{3\sqrt{10}+6}{5-2} - \frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{2-1}$$

$$= \frac{3\sqrt{10}+6}{3} - (\sqrt{10}-\sqrt{5})$$

$$= \sqrt{10}+2 - \sqrt{10}+\sqrt{5}$$

$$= \underline{2+\sqrt{5}} \quad \boxed{ア} \ 2 \ \boxed{イ} \ 5$$

12) (分母を有理化してから2乗します.)

$$\left(\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \right)^2$$

$$= \left\{ \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} \right\}^2 + \left\{ \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} \right\}^2$$

$$= \left\{ \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{5-3} \right\}^2 + \left\{ \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{5-3} \right\}^2$$

$$= \left(\frac{5-2\sqrt{15}+3}{2} \right)^2 + \left(\frac{5+2\sqrt{15}+3}{2} \right)^2$$

$$= \left(\frac{8-2\sqrt{15}}{2} \right)^2 + \left(\frac{8+2\sqrt{15}}{2} \right)^2$$

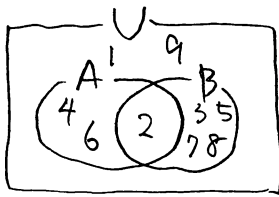
$$= (4-\sqrt{15})^2 + (4+\sqrt{15})^2$$

$$= (16-8\sqrt{15}+15) + (16+8\sqrt{15}+15)$$

$$= 31+31 = \underline{62} \quad \begin{matrix} \boxed{ウ} & 6 \\ \boxed{エ} & 2 \end{matrix}$$

(2)

[2] (与えられた条件からベン図をかいてみると)



集合 $B = \{2, 3, 5, 7, 8\}$ より要素の個数は 5個

(因) 5

$(A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$ は一気には考えず、 $A \cap \bar{B}$, $\bar{A} \cap B$,
 $(A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$, $\overline{(A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)}$ の順に考えよう。

$A \cap \bar{B} = \{4, 6\}$, $\bar{A} \cap B = \{3, 5, 7, 8\}$ より $(A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B) = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

よって $\overline{(A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)} = \{1, 2, 9\}$ (カ) 1 (キ) 2 (ク) 9

[3] (このままでも仮平均を求む可.)

(このままでも可.)

$$(\text{平均}) = \frac{\text{データの総和}}{\text{人数}} \text{ であるから } 72 = \frac{62 + 92 + 74 + 80 + x + 58 + 82}{7}$$

$$\Rightarrow 72 = \frac{154 + 154 + x + 140}{7} = \frac{308 + 140 + x}{7} = \frac{448 + x}{7}$$

両辺に7をかけて、 $72 \times 7 = 448 + x$, $504 - 448 = x$,

$$x = 56 \quad \text{(ケ) } 5 \quad \text{(コ) } 6$$

(仮平均とゆつゝ、平均がゆめらぐまするのて.)

(データ) - (平均値) の総和は0だから

$$(62 - 72) + (92 - 72) + (74 - 72) + (80 - 72) + (x - 72) + (58 - 72) + (82 - 72) = 0$$

$$-10 + 20 + 2 + 8 + (x - 72) - 14 + 10 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$40 - 96 + x = 0 \quad x = 56 \quad \text{(ケ) } 5 \quad \text{(コ) } 6$$

橘③

分散は $\{(データ)-(平均値)\}^2$ を人数で割ります。

前ページの①の左辺の各項の数がちょうど $(データ)-(平均値)$ になっているので、これを利用します。

$$\frac{1}{7} \{(-10)^2 + 20^2 + 2^2 + 8^2 + (16)^2 + (-14)^2 + 10^2\}$$

$$= \frac{1}{7} (100 + 400 + 4 + 64 + 256 + 196 + 100)$$

$$= \frac{1}{7} (500 + 68 + 452 + 100)$$

$$= \frac{1}{7} (568 + 552)$$

$$= \frac{1}{7} \times 1120 = 160$$

$$\begin{array}{r} 568 \\ 552 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$\boxed{+} \boxed{1} \boxed{-} \boxed{6} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{0}$$

[4] ($\sin A : \sin B : \sin C = a : b : c$ は公式として使えます。)

$\sin A : \sin B : \sin C = a : b : c (= 7 : 5 : 3)$ であるから

この比の値を k とおくと $a = 7k, b = 5k, c = 3k$ (k は実数)

$AB = c = 2 \text{ cm}$ (以下 cm は省略) より $3k = 2 \therefore k = \frac{2}{3}$

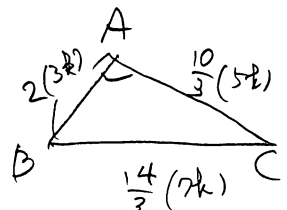
したがって、 $a = 7 \times \frac{2}{3} = \frac{14}{3}, b = 5 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$

(次の余弦定理では計算がややこしくなるので、 $a = 7k, b = 5k, c = 3k$ を使う)

余弦定理から

$$\begin{aligned} \cos A &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{(5k)^2 + (3k)^2 - (7k)^2}{2 \cdot 5k \cdot 3k} = \frac{25k^2 + 9k^2 - 49k^2}{30k^2} \\ &= -\frac{15k^2}{30k^2} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$A = 120^\circ$ であるから



$$\sin A = \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

よ2

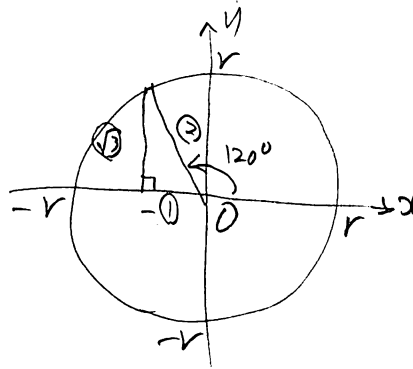
$$\Delta ABC = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3} \cdot 2 \cdot \sin 120^\circ$$

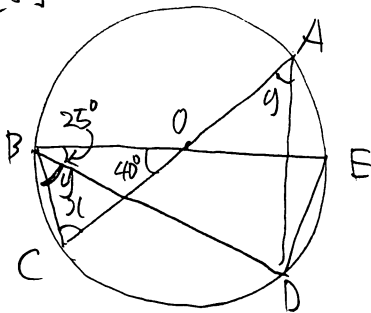
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{10^5}{3} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

4 5 3 3



[5]



図のように各点を設定する。

ΔOBC は $OB=OC$ (=半径) の 2 等辺三角形だから

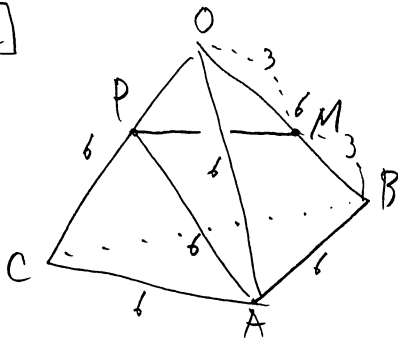
$$x = (180^\circ - 40^\circ) \div 2 = 140^\circ \div 2 = \underline{70^\circ}$$

7 20

円周角は等しいから $y = \angle CBD = \angle OBC - 25^\circ = 70^\circ - 25^\circ = \underline{45^\circ}$

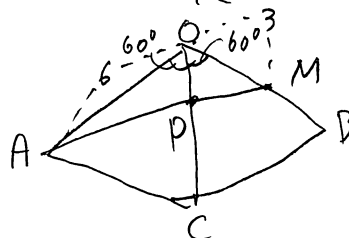
よ2, 4 20 5

II



(1) (折れ線の和の最小問題では展開図をかくことが第一歩です。)

展開図 (ΔOAC と ΔOCB が隣り合っている状態) をかく



AM が一直線になるとき $AP+PM$ は最小になる。

$\triangle OAM$ に 余弦定理 を 用いて

$$\begin{aligned} AM^2 &= 6^2 + 3^2 - 2 \cdot 6 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ \\ &= 36 + 9 - 2 \cdot 6 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= 45 + 18 \\ &= 63 \end{aligned}$$

よって, $AM > 0$ より $AM = \underline{3\sqrt{7}}$ ア 3 イ 7

(2) (1) の図で 四角形 $OACB$ は 平行四辺形 (= 平行四辺形) であるから

$\triangle PAC$ の $\triangle PMO$

よって $AP:PM = AC:OM = 6:3 = 2:1$

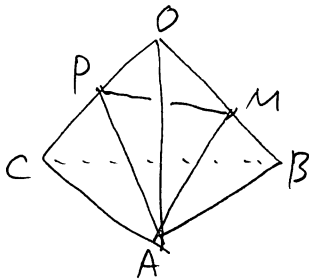
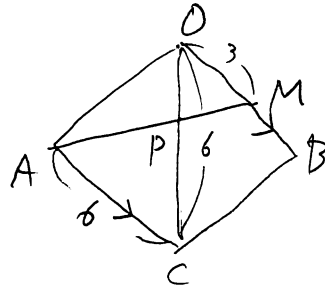
よって, $AP = AM \times \frac{2}{2+1} = 3\sqrt{7} \times \frac{2}{3} = \underline{2\sqrt{7}}$ ウ 2 エ 7

(3) (2) と 同様 に 求めて

$OP:PC = OM:AC = 3:6 = 1:2$

よって, $OP = 6 \times \frac{1}{1+2} = 6 \times \frac{1}{3} = \underline{2}$

オ 2



四面体 $OAPM$ の 底面 を $\triangle OPM$ と する.

$OP = \frac{1}{3} OC, OM = \frac{1}{2} OB$

よって $\triangle OPM = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \triangle OCB = \frac{1}{6} \triangle OCB$

したがって, 底面積は 正四面体 $OACB$ の 底面

$\triangle OCB$ の 面積 の $\frac{1}{6}$ 倍 であり, 高さは 等しい.

よって, 答えは $\frac{1}{6}$ 倍 カ 1 キ 6

橋 (6)

[2] $(\text{十分}) \rightarrow (\text{必要})$ 不可.

(1) $a=3 \rightarrow a^2-9=0$ (真) $3^2-9=0$ であるから

$a^2-9=0 \rightarrow a=0$ (偽) 反例 $a=-3$

よって, $a=3$ は十分条件. $\boxed{7} \boxed{3}$

(2) a, b が 4 の倍数 $\rightarrow a, b$ がともに偶数 (偽) 反例 $a=1, b=4$

a, b がともに偶数 $\rightarrow a, b$ が 4 の倍数 (真)

$a=2a', b=2b'$ (a', b' は整数) とおくと

$ab=2a' \times 2b'=4a'b' = (4 \text{ の倍数})$

よって, a, b が 4 の倍数は必要条件 $\boxed{7} \boxed{2}$

(3) $a+b>2$ から $ab>1 \rightarrow a>1, b>1$ (偽) $a=3, b=\frac{1}{2}$

$a>1, b>1 \rightarrow a+b>2$ から $ab>1$ (真)

$a>1, b>1$ を辺々加えると $a+b>2$,

$a>1, b>1$ を辺々掛けると $ab>1 \cdot 1 \Rightarrow ab>1$

よって, $a+b>2, ab>1$ は必要条件 $\boxed{7} \boxed{2}$

Ⅲ すべての場合の数は $6^3=216$ であり、これはすべて同様に確からしい。

(1) 奇数は 1, 3, 5 の 3 通りある。よって出た目がすべて奇数になる確率は

$$\frac{3^3}{6^3} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \quad \text{㉗} \text{ ㉘} \text{ ㉙}$$

(または $\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \dots$ でも OK)

5 の目が何回目に出るかを 3 通り、残り 2 回は 5 以外の目 (5 通り) が出るから

$$\frac{3 \cdot 1 \cdot 5^2}{6^3} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 5}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{25}{72} \quad \text{㉚} \text{ ㉛} \text{ ㉜} \text{ ㉝} \text{ ㉞}$$

(または $3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \dots$)

(2) 「出た目の積が 3 で割り切れる」

⇒ 「少なくとも一つの目が 3 か 6」

したがって、余事象「3 と 6 の目が出ない」の確率を求めて 1 から引く。3 と 6 の目以外は 1, 2, 4, 5 の 4 通り。

$$\text{よって } 1 - \frac{4^3}{6^3} = 1 - \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{6 \cdot 6 \cdot 6} = 1 - \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = 1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$$

$$\text{㉟} \text{ ㊱} \text{ ㊲} \text{ ㊳} \text{ ㊴}$$

出た目の和が 7 になる目の組み合わせ

(1, 1, 5), (1, 2, 4), (1, 3, 3), (2, 2, 3)

目の出方はそれぞれ、3 通り、3! = 6 通り、3 通り、3 通りある。

$$\text{よって 答えは } \frac{3+6+3+3}{6^3} = \frac{15}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{5}{72} \quad \text{㊵} \text{ ㊶} \text{ ㊷} \text{ ㊸}$$

橘(8)

[3] 最大値が5以下であることは、3回とも1から5のいずれかの目が出ることに他ならない。1回につき目の出方は5通りあるから

答2は $\frac{5^3}{6^3} = \frac{125}{216}$ ㊤1 ㊦2 ㊨5 ㊩2 ㊪1 ㊫6

出た目の最大値が5になる確率は

(最大値が5以下である確率) - (最大値が4以下である確率)
から求めることができる。

よて、答2は、 $\frac{5^3}{6^3} - \frac{4^3}{6^3} = \frac{125}{216} - \frac{64}{216} = \frac{61}{216}$

㊬6 ㊭1 ㊮2 ㊯5 ㊰6

(以上)