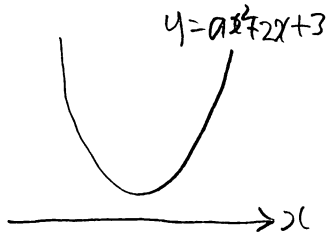
橘大学2023 公募推薦 数学ⅠA

$\boxed{1}$

[1] $y=ax^2+2x+3\ (a\neq 0)$



つねに $y>0$ であるから, $a>0$ かつ

2次方程式 $ax^2+2x+3=0$ …① は

実数解をもたない.

よって, ①の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4}=1^2-a\cdot 3<0$$

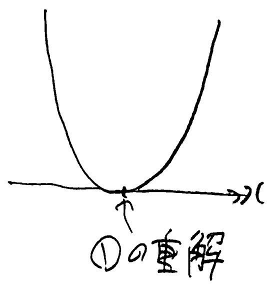
$$\therefore\ 1-3a<0$$

$$-3a<-1$$

$$\underline{a>\frac{1}{3}}$$

$\boxed{ア}$ 1 $\boxed{イ}$ 3

これは $a>0$ をみたす.



$a=\frac{1}{3}$ のとき $\frac{D}{4}=0$ であるから ①は

重解をもつ。このとき,

$$x=-\frac{2}{2\times a}=-\frac{1}{a}=-\frac{1}{\frac{1}{3}}=-3$$

よって, x 軸と点 $\underline{(-3,0)}$ で接する.

$\boxed{ウ}$ − $\boxed{エ}$ 3 $\boxed{オ}$ 0

重解

$ax^2+bx+c=0$ が重解をもつとき

重解は $x=-\frac{b}{2a}$

(解の公式 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ で $b^2-4ac=0$ とせよ.)

橘23 ②

[2] 店舗数の合計は12だから

$$\underbrace{1+1+1}_{3}+0+x+y+\underbrace{1+2+1}_{4}+0=12$$

$$3+x+y+4=12$$

$$x+y=5 \quad \cdots ①$$

平均値が5.5であるから

$$(1\times1+2\times1+3\times1+4\times0+5\times x+6\times y$$
$$+7\times1+8\times2+9\times1+10\times0)\div12=5.5$$

$$(\underbrace{1+2+3}_{6}+5x+6y+\underbrace{7+16}_{23}+9)\times\frac{1}{12}=5.5$$

$$6+5x+6y+23+9=5.5\times12$$

$$5x+6y+38=66$$

$$5x+6y=28 \quad \cdots ②$$

①,②を連立させて解く。

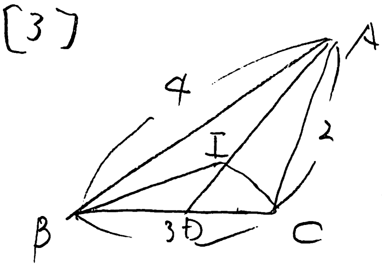
$$\begin{array}{rrl} ② & : & 5x+6y=28 \\ -)\ ①\times5 & : & 5x+5y=25 \\ \hline & & y=3 \end{array}$$

①から $x=2$

$\boxed{カ}$ 2 $\boxed{キ}$ 3

中央値は6番目と7番目の平均値であり、
6番目、7番目はどちらも評価6であるから、中央値は6 $\boxed{ク}$ 6

[3]



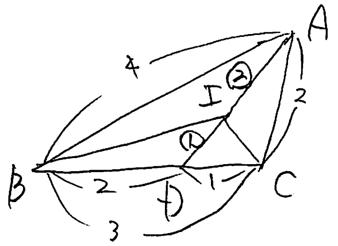
$\triangle ABI : \triangle ACI = BD : DC$ であり、

$\angle BAD=\angle CAD$ (ADは$\angle BAC$の二等分線)

だから

$BD : DC = AB : AC$ (←公式)

$= 4 : 2 = 2 : 1$ $\boxed{ケ}$ 2 $\boxed{コ}$ 1



$BD:DC=2:1$ より $BD:BC=2:3$

よって、$\triangle IBD=\frac{2}{3}\triangle IBC$

ここで、$AI:ID$, $AI:AD$ を求めよう。

直線 BI は $\angle ABD$ の二等分線だから

$AI:ID=AB:BD=4:2=2:1$

$\left(BD=\frac{2}{3}BC=\frac{2}{3}\times 3=2\right)$

よって、$AI:AD=3:1$

したがって、$\triangle IBD:\triangle ABC=ID:AD=1:3$

$\boxed{サ}$ 1 $\boxed{シ}$ 3

〔4〕 $27=3^3$,

$675=3^3\times5^2$

$$\begin{array}{r}3\,\underline{)\,675}\\3\,\underline{)\,225}\\3\,\underline{)\,75}\\5\,\underline{)\,25}\\5\end{array}$$

$27:\ 3^3$

$\square:\ 3^{\bigcirc}\times5^{\triangle}$

$675:\ 3^3\times5^2$

最小公倍数は指数の大きい方を選ぶから

$\bigcirc$ は $\underbrace{0,1,2,3}_{4個}$ が入り、$\triangle$ は 2 が入る

$\boxed{ス}$ 4

最小のものは $3^0\times5^2=1\times25=25$

$\boxed{セ}$ 2 $\boxed{ソ}$ 5

橘23 ④

[5] $2(2x+1) < 3(x+2a)$

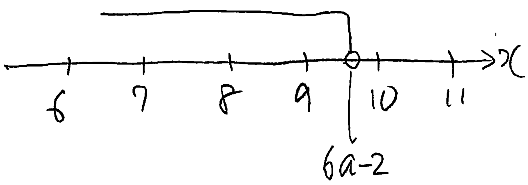
（普通に解きます）

$4x+2 < 3x+6a$

$4x-3x < 6a-2$

$x < 6a-2$

xが2桁の自然数を含まないとき



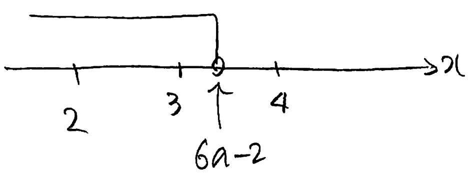
上の図から　$6a-2 \leqq 10$（等号に注意）

$6a \leqq 12$

$a \leqq 2$

$\boxed{\text{タ}}$ 2

最大の整数が3であるとき



上の図より

$3 < 6a-2 \leqq 4$

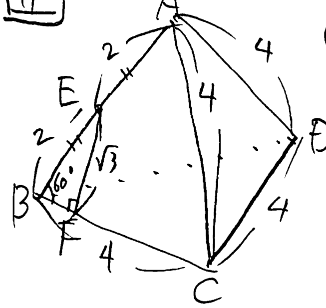
$3+2 < 6a \leqq 4+2$

$5 < 6a \leqq 6$

$\frac{5}{6} < a \leqq 1$

$\boxed{\text{チ}}$ 5　$\boxed{\text{ツ}}$ 6　$\boxed{\text{テ}}$ 1

Ⅱ



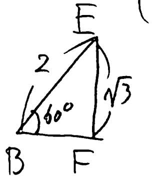
(1) $\angle EBF=60°$で、$BE:EF=2:\sqrt{3}$だから

$\triangle BEF$は$30°, 60°, 90°$の直角三角形である。

よって、辺の比は$1:2:\sqrt{3}$であるから

$BF=1$　$\boxed{ア}$ 1

(余弦定理でも大丈夫。



$EF^2=BE^2+BF^2-2\cdot BE\cdot BF\cdot\cos 60°$

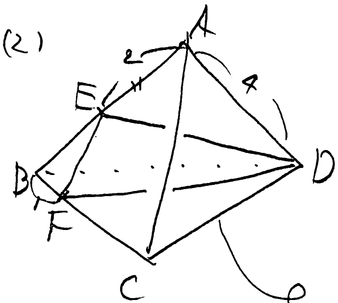
$(\sqrt{3})^2=2^2+BF^2-2\cdot 2\cdot BF\cdot\frac{1}{2}$

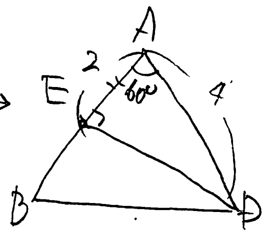
$3=4+BF^2-2BF$

$BF^2-2BF+1=0$　$(BF-1)^2=0$

$BF=1$

(2)





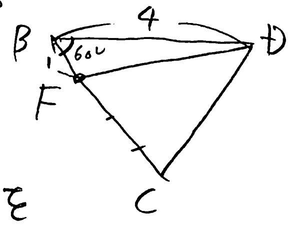
$\triangle ADE$は$30°, 60°, 90°$の直角三角形だから、

辺の比$1:2:\sqrt{3}$より

$AE:ED=1:\sqrt{3}$

$ED=\sqrt{3}AE=2\sqrt{3}$

$\boxed{イ}$ 2 $\boxed{ウ}$ 3

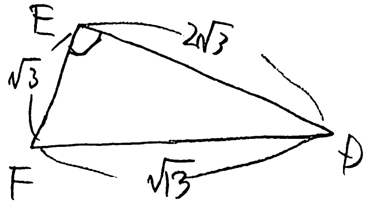


$\triangle DBF$で余弦定理を用いると

$DF^2=4^2+1^2-2\cdot 4\cdot 1\cdot\cos 60°=16+1-2\cdot 4\cdot 1\cdot\frac{1}{2}$

$=13$

$DF>0$より　$DF=\sqrt{13}$　$\boxed{エ}$ 1 $\boxed{オ}$ 3



(余弦定理で$\cos\angle DEF$、その後$\sin\angle DEF$を求める)

櫃23 ⑥

$\triangle DEF$で余弦定理を用いると

$$\cos\angle DEF = \frac{(\sqrt{3})^2+(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{13})^2}{2\cdot\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3}} = \frac{3+12-13}{2\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3}} = \frac{2}{4\cdot 3} = \frac{1}{6}$$

よって、

$$\sin\angle DEF = \sqrt{1-\cos^2\angle DEF} = \sqrt{1-\left(\frac{1}{6}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{1}{36}}$$

$$= \sqrt{\frac{35}{36}} = \frac{\sqrt{35}}{6}$$

$\boxed{カ}$ 3　$\boxed{キ}$ 5　$\boxed{ク}$ 6

ゆえに

$$\triangle DEF = \frac{1}{2}\cdot ED\cdot EF\cdot \sin\angle DEF$$

$$= \frac{1}{\cancel{2}}\cdot \cancel{2}\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{35}}{6}$$

$$= \frac{\sqrt{35}}{2}$$

$\boxed{ケ}$ 3　$\boxed{コ}$ 5　$\boxed{サ}$ 2

〔2〕 品物A，品物B（以下，単にA，Bとする）をそれぞれx個，y個買ったとすると

$$x+y=26 \cdots ①$$

代金の合計から

$$800x+500y=16600 \cdots ②$$

$$\begin{array}{rl} ②\div 100: & 8x+5y=166 \\ -)\ ①\times 5: & 5x+5y=130 \\ \hline & 3x \quad\ \ =36 \\ & x \quad\ \ =12 \end{array}$$

①より $y=14$

$\boxed{シ}$ 1　$\boxed{ス}$ 2　$\boxed{セ}$ 1　$\boxed{ソ}$ 4

(2) Aをx個買ったときを考えて

$800\times(1-0.06)\times x+500<800x$

$\cancel{800x}-800\times0.06\times x+500<\cancel{800x}$

$48x>500$

$x>\dfrac{500}{48}=10+\dfrac{20}{48}$

よって、11個以上買えばよい。

$\boxed{ス}$ 1 $\boxed{セ}$ 1

(3) Bをx個買ったとすると、代金は

$(500-5x)\cdot x$

$=500x-5x^2$

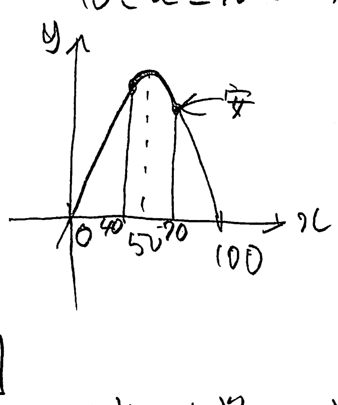
$=-5x^2+500x$

$=-5(x^2-100x)$

$=-5(x-50)^2+5\cdot50^2$

$=-5(x-50)^2+12500$

$40\leqq x\leqq70$より、$x=70$で最小値をとり、$\boxed{ソ}$ 7 $\boxed{タ}$ 0



$x=40$で最大値をとる。$\boxed{チ}$ 4 $\boxed{ツ}$ 0

$\boxed{\text{III}}$

〔1〕両端に中学生を並べて、その間に残り6人を並べればよいから、

$2!\times6!=2\times6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2=2\cdot720=1440$通り

両端　間の6人

$\boxed{ア}$ 1 $\boxed{イ}$ 4 $\boxed{ウ}$ 4 $\boxed{エ}$ 0

- 高校生，中学生，小学生の 3 つのグループがそれぞれ連続して並ぶ並び方は，その 3 つのグループの並び方は 3! 通り。高校生 4 人，中学生 2 人，小学生 2 人の並び方はそれぞれ，4!, 2!, 2!通り.

  よって，$\boxed{\text{オカキ}}$ は

  $$3! \times 4! \times 2! \times 2! = 3 \cdot 2! \times 4 \cdot 3 \cdot 2 \times 3 \cdot 2 \times 2 = 6 \times 24 \times 4 = \mathbf{576}\text{ 通り.}$$

  $\boxed{\text{オ}}$ **5**　$\boxed{\text{カ}}$ **7**　$\boxed{\text{キ}}$ **6**

- どの高校生どうしも隣り合わない並べ方は，最初に中学生，小学生の 4 人を並べ，その 4 人の間の 3 か所と両端の 2 か所合わせて 5 か所に 4 人の高校生を並べると考えればよい。

  中学生，小学生の計 4 人を並べる方法は $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ 通り. その間と両端の計 5 か所に 4 人の高校生を並べる方法は，$5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ 通り. したがって，$\boxed{\text{クケコサ}}$ は

  $$24 \times 120 = \mathbf{2880}$$

  $\boxed{\text{ク}}$ **2**　$\boxed{\text{ケ}}$ **8**　$\boxed{\text{コ}}$ **8**　$\boxed{\text{サ}}$ **0**

- 中学生 2 人がいずれも左から偶数番目に並ぶ並び方は，偶数番目は 2，4，6，8 番目でるから 4 通りある。したがって，中学生 2 人の並び方は $4 \cdot 3 = 12$ 通り. 残り 6 人は残った 6 個の場所に並べはよいから $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ 通り. したがって，$\boxed{\text{シスセソ}}$ は

  $$12 \times 720 = \mathbf{8640}$$

  $\boxed{\text{シ}}$ **8**　$\boxed{\text{ス}}$ **8**　$\boxed{\text{セ}}$ **4**　$\boxed{\text{ソ}}$ **0**

(2) 4 人の選び方を次のように場合に分けて考える。

[1] 高校生 2 人，中学生 1 人，小学生 1 人が選ばれる場合

高校生の選び方は ${}_4C_2 = \dfrac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$ 通り，中学生の選び方は 2 通り，小学生の選び方は 2 通り。

よって，この場合の選び方は　$6 \times 2 \times 2 = 24$ 通り.

[2] 高校生 1 人，中学生 2 人，小学生 1 人が選ばれる場合

高校生の選び方は ${}_4C_1 = 4$ 通り，中学生の選び方は 1 通り，小学生の選び方は 2 通り。

よって，この場合の選び方は　$4 \times 1 \times 2 = 8$ 通り.

[3] 高校生 1 人，中学生 1 人，小学生 2 人が選ばれる場合

高校生の選び方は ${}_4C_1 = 4$ 通り，中学生の選び方は 2 通り，小学生の選び方は 1 通り。

よって，この場合の選び方は　$4 \times 2 \times 1 = 8$ 通り.

[4] 中学生 2 人，小学生 2 人が選ばれる場合

中学生の選び方は 1 通り，小学生の選び方は 1 通り。

よって，この場合の選び方は　$1 \times 1 = 1$ 通り.

以上，[1]，[2]，[3]，[4] より

$24 + 8 + 8 + 1 = \mathbf{41}$ 通り.　　$\boxed{\text{タ}}$ **4**　$\boxed{\text{チ}}$ **1**

(3) 小学生 2 人を A, B とし，A 君，B 君が属するグループをそれぞれ A 組，B 組とする。残っ

た 6 人を A 組，B 組に 3 人ずつ入れると考える。高校生 4 人全員が A 組，B 組に属する可能性は 0 であることに注意すると，残った 6 人の振り分け方は

$$ {}_6C_3 \times {}_3C_1 = \frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1} = 20 \text{ 通り}. $$

$\boxed{\text{ツ}}$ **2** $\boxed{\text{テ}}$ **0**

➾**注** 組の人数が同じだけれども，組に区別があるので 2! で割らないでね。

（以上）