2019 センター試験 数学I·A

第1問

[1] $9a^2-6a+1=(\underset{\boxed{\text{ア}}}{\overline{3}}a-\underset{\boxed{\text{イ}}}{\overline{1}})^2$

$$A=\sqrt{9a^2-6a+1}+|a+2|$$

$$=\sqrt{(3a-1)^2}+|a+2|$$

$$=|3a-1|+|a+2|$$

	-2	$\frac{1}{3}$	
$\lvert 3a-1\rvert$	$-(3a-1)$		$3a-1$
$\lvert a+2\rvert$	$-(a+2)$	$a+2$	

・$a>\frac{1}{3}$ のとき

$A=(3a-1)+(a+2)=\underset{\boxed{\text{ウ}}}{\overline{4}}a+\underset{\boxed{\text{エ}}}{\overline{1}}$

・$-2\leqq a\leqq\frac{1}{3}$ のとき

$A=-(3a-1)+(a+2)=\underset{\boxed{\text{オカ}}}{\overline{-2}}a+\underset{\boxed{\text{キ}}}{\overline{3}}$

・$a<-2$ のとき

$A=-(3a-1)-(a+2)=-4a-1$

$A=2a+13$ となるとき

$a>\frac{1}{3}$ とすると $4a+1=2a+13$

$2a=12$

$a=6$

これは $a>\frac{1}{3}$ をみたす.

$-2\leqq a\leqq\frac{1}{3}$ とすると $-2a+3=2a+13$

$-4a=10$

$a=-\frac{5}{2}$

これは $-2\leqq a\leqq-\frac{1}{3}$ をみたさない.

$a<-2$ とすると $-4a-1=2a+13$

$-6a=14$

$a=-\frac{7}{3}$

これは $a<-2$ をみたす.

よって, $a=\underline{6}, \underline{-\frac{7}{3}}$ $\boxed{\text{ク}}$, $\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$

[2]

(1) $\overline{p}$: m, n の少なくとも一方は偶数

であるから,

m が奇数なら, n は<u>偶数</u> 0 $\boxed{\text{シ}}$

m が偶数なら, n は<u>偶数でも奇数でもよい.</u> 2 $\boxed{\text{ス}}$

(2) $p\to q$ は真, $q\to p$ は真

よって, p は q であるための<u>必要十分条件</u> 0 $\boxed{\text{セ}}$

$p\to r$ は真 (奇数+奇数は偶数),

$r\to p$ は偽 (反例: $m=2, n=2$)

よって, p は r であるための<u>十分条件であるが, 必要条件ではない.</u> $\boxed{\text{ソ}}$ 2

$\overline{p}\to r$ は偽 (反例: $m=2, n=1$)

$r\to\overline{p}$ は偽 (反例: $m=1, n=1$)

よって, $\overline{p}$ は r であるための<u>必要条件でも十分条件でもない.</u> $\boxed{\text{タ}}$ 3

[3] は次ページ

〔3〕 $a>0$, $b>0$ とする.

$$y=x^2+(2a-b)x+a^2+1 \cdots\cdots ①$$
$$=x^2+(2a-b)x+\left(\frac{2a-b}{2}\right)^2-\left(\frac{2a-b}{2}\right)^2+a^2+1$$
$$=\left(x+\frac{2a-b}{2}\right)^2-\frac{4a^2-4ab+b^2}{4}+\frac{4a^2+4}{4}$$
$$=\left(x+\frac{2a-b}{2}\right)^2+\frac{4ab-b^2+4}{4}$$
$$=\left(x+a-\frac{b}{2}\right)^2+ab-\frac{b^2}{4}+1$$
$$=\left(x-\frac{b}{2}+a\right)^2-\frac{b^2}{4}+ab+1$$

(1) グラフGの頂点の座標は

$$\left(\frac{b}{2}-a,\ -\frac{b^2}{4}+ab+1\right)$$

$\boxed{チ}$ $\boxed{ツ}$ $\boxed{テ}$

(2) グラフGが点$(-1,6)$を通るとき, ①に
$x=-1$, $y=6$ を代入して

$$6=(-1)^2+(2a-b)\cdot(-1)+a^2+1$$
$$6=1-2a+b+a^2+1$$
$$-b=a^2-2a-4$$
$$b=-a^2+2a+4$$
$$=-(a^2-2a)+4$$
$$=-\left\{a^2-2a+\left(\frac{-2}{2}\right)^2-\left(\frac{-2}{2}\right)^2\right\}+4$$
$$=-\{(a-1)^2-1\}+4$$
$$=-(a-1)^2+1+4$$
$$=-(a-1)^2+5$$

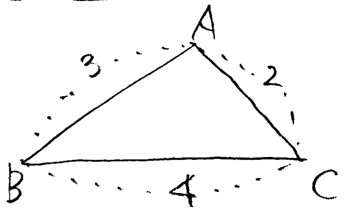
$a>0$ より, b は $a=1$ で最大値 5 をとる. $\boxed{ナ}$ $\boxed{ト}$

$a=1$, $b=5$ のとき, ①は

$$y=x^2+(2-5)x+1^2+1$$
$$y=x^2-3x+2$$
$$=x^2-3x+\left(\frac{-3}{2}\right)^2-\left(\frac{-3}{2}\right)^2+2$$
$$=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}+2$$
$$=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{4} \qquad 頂点は\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right)$$

であるから, グラフGは2次関数 $y=x^2$ のグラフを x軸方向に $\frac{3}{2}$, y軸方向 $-\frac{1}{4}$ だけ平行移動したものである. $\frac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}}$, $\frac{\boxed{ネノ}}{\boxed{ハ}}$

第2問



余弦定理により

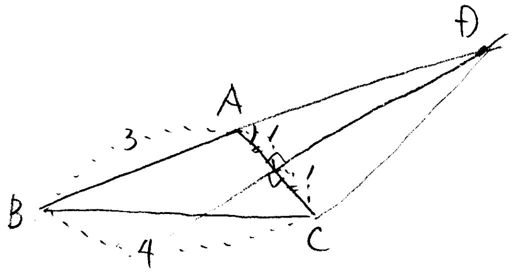
$$\cos\angle BAC=\frac{3^2+2^2-4^2}{2\cdot3\cdot2}$$
$$=\frac{9+4-16}{2\cdot3\cdot2}$$
$$=\frac{-3}{2\cdot3\cdot2}$$
$$=-\frac{1}{4} \quad \frac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウ}}$$

$\cos\angle BAC<0$ より $\angle BAC$ は鈍角である. $\boxed{エ}$ ②

$\sin\angle BAC>0$ より

$$\sin\angle BAC=\sqrt{1-\cos^2\angle BAC}=\sqrt{1-\left(-\frac{1}{4}\right)^2}$$
$$=\sqrt{1-\frac{1}{16}}=\sqrt{\frac{15}{16}}=\frac{\sqrt{15}}{4} \quad \frac{\sqrt{\boxed{オカ}}}{\boxed{キ}}$$

$AD\cos\angle CAD=\frac{1}{2}AC=1$ だから



$AD = \dfrac{1}{\cos\angle CAD}$

ここで，$\angle CAD = 180° - \angle BAC$ より

$\cos\angle CAD = \cos(180° - \angle BAC)$

$= -\cos\angle BAC$

[公式：$\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$]

$= -\left(-\dfrac{1}{4}\right)$

$= \dfrac{1}{4}$ $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$

であるから

$AD = \dfrac{1}{\frac{1}{4}} = 4$ $\boxed{コ}$

$\triangle DBC = \triangle ABC + \triangle ACD$ である．

$AB : AD = 3 : 4$ より

$\triangle ABC : \triangle ACD = AB : AD = 3 : 4$

よって，

$\triangle ACD = \dfrac{4}{3}\triangle ABC$

従って

$\triangle DBC = \triangle ABC + \dfrac{4}{3}\triangle ABC$

$= \dfrac{7}{3}\triangle ABC$

$= \dfrac{7}{\cancel{3}}\cdot\dfrac{1}{\cancel{2}}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\sin\angle BAC$

$= 7\cdot\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

$= \dfrac{7\sqrt{15}}{4}$ $\dfrac{\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シス}}}{\boxed{セ}}$

[2]

2013年のヒストグラムは ③ $\boxed{ソ}$ である．

最小値は 70以上75未満の階級に，

最大値は 135以上140未満の階級

にある．これをみたすヒストグラムは

③のみ．

・2017年のヒストグラムは ④ $\boxed{タ}$ である

最小値は 80以上85未満の階級に，

最大値は 120以上125未満の階級にある。

これをみたすヒストグラムは④のみ．

(2)

⓪ 正しい（ともに69）

① 正しい（モは121，ツは114）

② 正しい（モは93，ツは91）

③ 正しい（モは103−88=15，ツは97−88=9）

④ 正しくない（モは103−83=20）

⑤ 正しい．（ツは97−88=9）

⑥ 正しい．（図4で実線上に4点がのっている）

⑦ 正しくない（上側の破線より上方に1点ある）

よって，答えは ④，⑦ $\boxed{チ}$，$\boxed{ツ}$

(3)

・xの偏差の平均値は

$\dfrac{1}{n}\{(x_1-\bar{x})+(x_2-\bar{x})+\cdots+(x_n-\bar{x})\}$

$= \dfrac{1}{n}\{(x_1+x_2+\cdots+x_n)-n\bar{x}\}$

$= \dfrac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)-\bar{x}$

$= \bar{x}-\bar{x} = 0$ $\boxed{テ}$ ⓪

x'の平均値は

$\overline{x'} = \dfrac{1}{n}\left(\dfrac{x_1-\bar{x}}{s}+\dfrac{x_2-\bar{x}}{s}+\cdots+\dfrac{x_n-\bar{x}}{s}\right)$

$= \dfrac{1}{n}\cdot\dfrac{1}{s}\{(x_1+x_2+\cdots+x_n)-n\bar{x}\}$

$= \dfrac{1}{s}\left\{\dfrac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)-\bar{x}\right\}$

$= \dfrac{1}{s}(\bar{x}-\bar{x}) = 0$ $\boxed{ト}$ ⓪

X'の標準偏差は

$$\frac{1}{n}\{(x_1'-\bar{x}')^2+(x_2'-\bar{x}')^2+\cdots+(x_n'-\bar{x}')^2\}$$

$$=\frac{1}{n}(x_1'^2+x_2'^2+\cdots+x_n'^2) \quad (\bar{x}'=0\text{だから})$$

$$=\frac{1}{n}\left\{\left(\frac{x_1-\bar{x}}{s}\right)^2+\left(\frac{x_2-\bar{x}}{s}\right)^2+\cdots+\left(\frac{x_n-\bar{x}}{s}\right)^2\right\}$$

$$=\frac{1}{n}\left\{\frac{(x_1-\bar{x})^2}{s^2}+\frac{(x_2-\bar{x})^2}{s^2}+\cdots+\frac{(x_n-\bar{x})^2}{s^2}\right\}$$

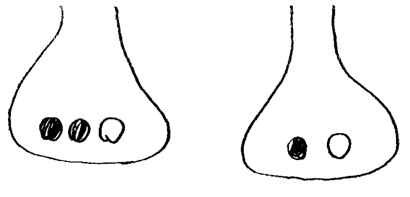
$$=\frac{1}{s^2}\cdot\underbrace{\frac{1}{n}\{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2\}}_{(X\text{の分散})}$$

$$=\frac{1}{s^2}\cdot s^2=\underline{1} \quad ① \quad \boxed{ナ}$$

$\boxed{ニ}$について, M', T'の標準偏差はともに1で等しい. 散らばり方は同じ。よって図4とほぼ同様の散らばり方になる.
⓪か②かだが, データが−1から1のあいだにすべて集まることはないから, ②となる.
$\boxed{ニ}$

第3問

赤い袋　　白い袋



●は赤球
○は白球

(1) 3の倍数以外の目が出て, 赤い袋から赤球を取り出すと考えて,

$$\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{3}=\underline{\frac{4}{9}} \quad \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$$

3の倍数の目が出て, 白い袋から赤球を取り出す確率は

$$\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{2}=\underline{\frac{1}{6}} \quad \frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$$

(2) 1回目の操作で白球が取り出される場合である.

3の倍数の目が出て(白い袋), 白球が取り出される確率は

$$\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$$

3の倍数以外の目が出て(赤い袋), 白球が取り出される確率は

$$\frac{4}{6}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$$

よって $\frac{\boxed{オ}}{\boxed{カキ}}$ は $\frac{1}{6}+\frac{2}{9}=\frac{3+4}{18}=\underline{\frac{7}{18}}$ $\frac{\boxed{オ}}{\boxed{カキ}}$

[(1)の余事象と考えると瞬殺?]

(3) 2回目の操作で白球が取り出されるのは,

(i) 白い袋から白球が取り出される

(ii) 赤い袋から白球が取り出される

のいずれかである.

(i)の確率は

1回目で赤球が取り出される確率

$$p\cdot\frac{1}{2}+(1-p)\cdot\frac{1}{3}$$

$$=\frac{1}{2}p+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}p$$

$$=\left(\frac{3}{6}-\frac{2}{6}\right)p+\frac{1}{3}$$

$$=\underline{\frac{1}{6}}p+\frac{1}{3} \quad \frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$$

ここで, pは(2)の$\frac{\boxed{オ}}{\boxed{カキ}}$であるから

$$p=\frac{7}{18}$$

これを代入すると

$$\frac{1}{6}\cdot\frac{7}{18}+\frac{1}{3}=\frac{7}{6\cdot18}+\frac{2\cdot18}{6\cdot18}$$

$$=\frac{43}{6\cdot18}$$

$$=\frac{43}{108}\quad\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シスセ}}}$$

この値をqとする。

$\frac{\boxed{\text{ソタチ}}}{\boxed{\text{ツテト}}}$ も上と同様に考えると

$$q\cdot\frac{1}{2}+(1-q)\cdot\frac{1}{3}$$

$$=\frac{1}{6}q+\frac{1}{3}$$

$$=\frac{1}{6}\cdot\frac{43}{108}+\frac{1}{3}$$

$$=\frac{43+2\cdot108}{6\cdot108}$$

$$=\frac{259}{6\cdot108}\quad\left(=\frac{7\cdot37}{6\cdot6\cdot18}\right)$$

$$=\frac{259}{648}\quad\frac{\boxed{\text{ソタチ}}}{\boxed{\text{ツテト}}}$$

(4) 2回目の操作で取り出した球が白球である事象をA，その球を取り出した袋が白である事象をBとする。

求める確率は

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

$P(A\cap B)$は2回目の操作で白い袋から白球が取り出される確率だから

$$P(A\cap B)=\underset{\text{(1回目に白球)}}{\frac{7}{18}}\cdot\frac{1}{2}$$

$P(A)$は(3)の $\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シスセ}}}$ だから

$$P(A)=\frac{43}{108}=\frac{43}{6\cdot18}$$

よって，

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{7}{18}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{43}{6\cdot18}}$$

$$=\frac{7}{\cancel{18}}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{\overset{3}{\cancel{6\cdot18}}}{43}$$

$$=\frac{21}{43}\quad\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$$

3回目の操作で取り出した球が白球である事象をC，はじめて白球が取り出されたのが3回目の操作である事象をDとすると，求める確率は

$$P_C(D)=\frac{P(C\cap D)}{P(C)}$$

$P(C)$は(3)の $\frac{\boxed{\text{ソタチ}}}{\boxed{\text{ツテト}}}$ だから

$$P(C)=\frac{7\cdot37}{6\cdot6\cdot18}$$

$P(C\cap D)$は1回目，2回目の操作でともに赤球が取り出され，3回目にはじめて白球が取り出される確率だから

赤い袋から赤球

$$\left(\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{2}+\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\leftarrow\text{白い袋から白球}$$

［1回目に赤→これは $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}+\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$］

$$=\frac{11}{\underset{9}{\cancel{18}}}\cdot\frac{\cancel{2}}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{11}{9\cdot3\cdot3}$$

よって，

$$P_C(D)=\frac{P(C\cap D)}{P(C)}=\frac{\frac{11}{9\cdot3\cdot3}}{\frac{7\cdot37}{6\cdot6\cdot18}}$$

$$= \frac{11}{\cancel{9}^{1}\cdot\cancel{3}^{1}\cdot\cancel{3}^{1}}\cdot\frac{\cancel{6}^{2}\cdot\cancel{6}^{2}\cdot\cancel{18}^{2}}{7\cdot 37}$$

$$= \underline{\frac{88}{259}} \quad \frac{\boxed{ノハ}}{\boxed{ヒフヘ}}$$

$\boxed{第4問}$（選択問題）

(1) $49x-23y=1 \cdots ①$

$49=23\cdot 2+3 \to 3=49-23\cdot 2 \cdots ②$

$23=3\cdot 7+2 \to 2=23-3\cdot 7 \cdots ③$

$3=2\cdot 1+1 \to 1=3-2\cdot 1$

$1=3-2\cdot 1$ （2のところに③を代入して）

$=3-(23-3\cdot 7)$

$=3-23+3\cdot 7$

$=3\cdot(1+7)-23$

$=3\cdot 8-23$ （3のところに②を代入）

$=(49-23\cdot 2)\cdot 8-23$

$=49\cdot 8-23\cdot 16-23$

$=49\cdot 8-23\cdot 17$

よって，$49\cdot 8-23\cdot 17=1 \cdots ④$

①−④より

$49\cdot(x-8)-23\cdot(y-17)=0 \cdots ⑤$

49と23は互いに素だから

$x-8$は23の倍数．

よって，$x-8=23k \cdots ⑥$とおける．

（kは整数）

⑥を⑤に代入して

$49\cdot 23k-23(y-17)=0$

$49k-(y-17)=0$

$-(y-17)=-49k$

$y-17=49k$

$y=49k+17 \cdots ⑦$

⑥，⑦より

$x=23k+8,\ y=49k+17$

よって，xの値が最小のものは，$k=0$として

$x=\underline{8}_{\boxed{ア}},\ y=\underline{17}_{\boxed{イウ}}$

ゆえに

$x=\underline{23}_{\boxed{エオ}}k+8,\ y=\underline{49}_{\boxed{カキ}}k+17$

(2) $|A-B|=|49x-23y|=1$より

$49x-23y=\pm 1$

$49x-23y=1$のとき(1)より

$x=23k+8,\ y=49k+17$

よって．$A=49(23k+8),\ B=23(49k+17)$

$49x-23y=-1 \cdots ⑧$のとき

④×(−1)より

$49(-8)-23\cdot(-17)=-1 \cdots ④'$

⑧−④'より

$49(x+8)-23(y+17)=0$

(1)と同様に考えて

$x=23k-8,\ y=49k-17$

よって．$A=49(23k-8),\ B=23(49k-17)$

$23k+8,\ 23k-8$が自然数でとり得る値の最小値は 8（前者で $k=0$）

よって，

$(A,B)=(49\times\underline{8}_{\boxed{ク}},\ 23\times\underline{17}_{\boxed{ケコ}})$

$|A-B|=2$

$|49x-23y|=2$

$49x-23y=\pm 2$

$49x-23y=2$ …⑨ のとき

④×2より

$49\cdot16-23\cdot34=2$ …④''

⑨−④''より

$49(x-16)-23(y-34)=0$

よって, $x=23k+16$, $y=49k+34$

$49x-23y=-2$ …⑩ のとき

④×(−2)より

$49\cdot(-16)-23\cdot(-34)=-2$ …④''

⑩−④''より

$49(x+16)-23(y+34)=0$

よって, $x=23k-16$, $y=49k-34$

$x=23k+16$, $x=23k-16$ の自然数で

最小の値は後者で $k=1$ として $x=7$

このとき, $y=49\cdot1-34=15$

よって,

$(A,B)=(49\times7,\ 23\times15)$

$\boxed{サ}$ $\boxed{シス}$

(3) a と $a+2$ は連続する奇数あるいは連続する偶数だから最大公約数は,

1または $\underline{2}$ $\boxed{セ}$

$a(a+1)(a+2)$ は連続する3整数の積だから6の倍数だから, $m=\underline{6}$ $\boxed{ソ}$

(証明は, 必要条件を求めて, それが十分であることを示す.

$a=1$ とすると $a(a+1)(a+2)=1\cdot2\cdot3=6$

$a=2$ とすると $a(a+1)(a+2)=2\cdot3\cdot4=24$

6と24の最大公約数は6であるから

$m\leqq6$

逆に $a(a+1)(a+2)$ は6の倍数で

であるから $m=6$ である)

(4) $6762=2\times3\times7^2\times23$

$\boxed{タ}$ $\boxed{チ}$ $\boxed{ツテ}$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 6762 \\ 3 & 3381 \\ 7 & 1127 \\ 7 & 161 \\ & 23 \end{array}$$

$b(b+1)(b+2)=6762\times C$ (Cは自然数)

$=2\times3\times7^2\times23\times C$

(2)で $|A-B|=1$ となる最小の A は

$(A,B)=(49\times8,\ 23\times17)$ …⑪ のときで,

$|A-B|=2$ となる最小の A は

$(A,B)=(49\times7,\ 23\times15)$ …⑫ のときである.

⑪のとき $A=392$, $B=391$,

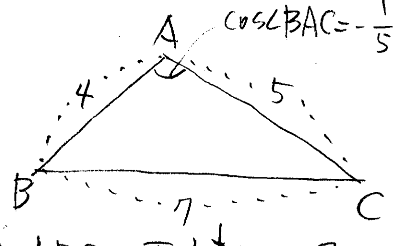
よって, $b=390$ [$390\cdot391\cdot392$ または $391\cdot392\cdot393$]

⑫のとき, $A=343$, $B=345$

よって, $b=343$ [$343\cdot344\cdot345$ のみ]

以上より, $b=\underline{343}$ $\boxed{トナニ}$

第5問



$\cos\angle BAC=-\frac{1}{5}$, $\sin\angle BAC=\frac{2\sqrt6}{5}$

△ABCの面積を2通りに計算する.

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot AC\cdot\sin\angle BAC$

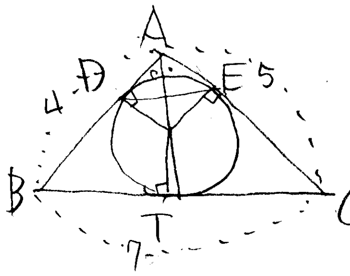
$=\frac{1}{\cancel{2}}\cdot4\cdot\cancel{5}\cdot\frac{\cancel{2}\sqrt6}{\cancel{5}}=4\sqrt6$ …①

内接円の半径を r とすると

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}r(AB+BC+CA)$$
$$= \frac{1}{2}r(4+7+5)$$
$$= \frac{1}{2}r\cdot 16$$
$$= 8r \cdots ②$$

①=②より

$$8r = 4\sqrt{6}$$
$$r = \frac{4\sqrt{6}}{8} = \frac{\sqrt{6}}{2} \qquad \frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$$



内接円と辺BCとの接点をTとする

$AD = x$ とおくと, $DB = BT = 4-x$

$EC = CT = 5-x$

よって, $BT + CT = BC = 7$ より

$$(4-x)+(5-x)=7$$
$$-2x = 7-9$$
$$-2x = -2$$
$$x = 1$$

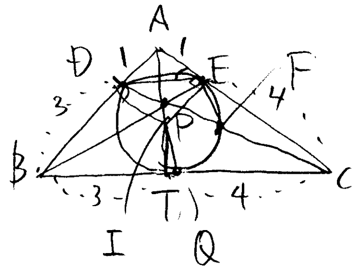
よって, $AD = 1$ $\boxed{\text{ウ}}$

△ADEで余弦定理を用いると

$$DE^2 = AD^2 + AE^2 - 2\cdot AD\cdot AE\cdot \cos\angle BAC$$
$$= 1^2 + 1^2 - 2\cdot 1\cdot 1\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)$$
$$= 1+1+\frac{2}{5}$$
$$= \frac{12}{5}$$

$DE > 0$ より

$$DE = \sqrt{\frac{12}{5}} = \frac{2\sqrt{15}}{5} \qquad \frac{\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$



チェバの定理より

$$\frac{AD}{DB}\cdot\frac{BQ}{QC}\cdot\frac{CE}{EA} = 1$$

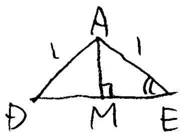
よって

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{BQ}{QC}\cdot\frac{4}{1} = 1$$
$$\frac{BQ}{CQ} = \frac{3}{4} \qquad \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$
$$BQ = \frac{3}{4+3}\times BC = \frac{3}{7}\times 7 = 3 \quad \boxed{\text{コ}}$$

よって, 点Qは点Tと一致.

$$IQ = IT = r = \frac{\sqrt{6}}{2} \qquad \frac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

接線のつくる角より, $\angle DFE = \angle AED$,



DEの中点をMとすると

$$\cos\angle DFE = \cos\angle AED$$
$$= \frac{ME}{AE}$$
$$= \frac{\frac{1}{2}DE}{1}$$
$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{2\sqrt{15}}{5}$$
$$= \frac{\sqrt{15}}{5} \qquad \frac{\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

(以上)